ESIAI

ECOLE SUPÉRIEURE D'INGÉNIERIE APPLIQUÉE ET INNOVATION

Filière: 1ère année Cycle Ingénieur

Hydraulique à surface libre

TALBI Hind

E-Mail: talbihind14@gmail.com

Année de formation: 2024-2025

l'Hydraulique et son Importance en Génie Civil

L'hydraulique est une branche de la mécanique des fluides qui étudie le comportement des liquides en mouvement et au repos.

Cette discipline joue un rôle essentiel dans de nombreux domaines, en particulier dans les projets d'ingénierie civile, où la gestion de l'eau est cruciale pour le développement et la durabilité des infrastructures.

Définition de l'Hydraulique à Surface Libre

L'hydraulique à surface libre se concentre spécifiquement sur les écoulements où la surface du fluide est exposée à l'atmosphère, comme dans les rivières, les canaux, les lacs et les systèmes de drainage.

Contrairement à l'hydraulique sous pression (où le fluide est confiné dans une conduite), les écoulements à surface libre sont influencés par la gravité et les variations de la géométrie du lit du cours d'eau.

Relation entre Hydraulique à Surface Libre et Génie Civil

Dans le domaine du génie civil, l'hydraulique à surface libre est une composante clé de la conception et de la gestion des infrastructures hydrauliques. Voici quelques exemples de cette relation :

Aménagement des rivières et des cours d'eau :

Les ingénieurs civils utilisent les principes d'hydraulique à surface libre pour concevoir des digues, des barrages et des écluses, garantissant une gestion optimale des flux d'eau et la prévention des inondations.

Relation entre Hydraulique à Surface Libre et Génie Civil

1. *Aménagement des rivières et des cours d'eau :*

Les ingénieurs civils doivent souvent intervenir sur des rivières et des fleuves pour réguler les écoulements et prévenir les risques d’inondations. L’hydraulique à surface libre permet de modéliser les régimes d’écoulement, tels que les écoulements uniformes, les écoulements critiques et les écoulements variés, afin de concevoir des ouvrages comme les digues, les barrages, les protections de berges, et les écluses.

Étude des profils d’écoulement : Une analyse des profils de surface de l’eau (profil S, M, C) est nécessaire pour prévoir la réponse du système aux changements de débit et à la géométrie du canal, ce qui est crucial pour la sécurité des infrastructures hydrauliques.

Relation entre Hydraulique à Surface Libre et Génie Civil

2. Systèmes de drainage urbain : La planification des réseaux de drainage pluvial repose sur une compréhension approfondie des écoulements à surface libre, permettant d'éviter les inondations et d'optimiser l'évacuation des eaux.

L’hydraulique à surface libre est indissociable du génie civil, car elle est fondamentale pour la gestion des eaux, la prévention des risques naturels et la conception des infrastructures hydrauliques.

Une solide compréhension de cette discipline permet aux ingénieurs civils de concevoir des ouvrages fiables et durables, tout en tenant compte des contraintes environnementales et des besoins en ressources en eau.

Dans ce cours, nous allons explorer en détail les principes fondamentaux, les équations d’écoulement, et les applications pratiques de l’hydraulique à surface libre dans les projets d’ingénierie civile.

Introduction:

L'hydraulique est très présente dans le domaine de l'environnement. En effet, elle a une place déterminante dans la compréhension, l'analyse et le diagnostic des réseaux d'adduction d'eau potable, des stations de traitement, des réseaux d'assainissement et des rivières. De plus, le contrôle de ces systèmes nécessite une instrumentation qui oblige le concepteur et l'exploitant à une connaissance poussée du fonctionnement hydraulique de ces ouvrages.

L'objectif de ce cours destiné aux ingénieurs est de fournir les bases nécessaires à la compréhension et au calcul des phénomènes présents en hydraulique appliquée au génie civil.

Ce cours est composé de plusieurs chapitres qui s'intéressent à **l'hydraulique à surface libre**. Ce type de comportement hydraulique se rencontre essentiellement en assainissement et surtout en rivière.

L'hydraulique à surface libre est la branche de l'hydraulique et de la mécanique du fluides qui s'intéresse aux écoulements de liquides dans un canal avec une surface libre

Sommaire:

- ***Chapitre 1*****:** Ecoulement à surface libre en régime uniforme calcul de la profondeur normale.

- ***Chapitre 2*****:** Etude des régimes permanents graduellement variés- Equation différentielle des lignes d'eau (Méthodes de Bresse, Bakhmeteff, différences finies).

- ***Chapitre 3***: Détermination numérique des courbes de remous.

- ***Chapitre 4***:Formulation générale du Ressaut hydraulique.

➢ *Chapitre 1*: Ecoulement à surface libre en régime uniforme calcul de la profondeur normale.

- **Ecoulement à surface libre .**

1. ***Généralités et vocabulaire***
2. ***Classification des écoulement à surface libre***
3. ***Les différent types de canaux***
4. ***Régimes d'écoulement***
5. ***Les paramaètres hydraulique:***

- **Ecoulement uniforme.**
- **Calcul de la profondeur normale.**

Ecoulement à surface libre

1. Généralités et vocabulaire :

- Ecoulement à surface libre : existence d'une surface libre de contact entre l'écoulement et l'air libre, à pression atmosphérique.

. A l'inverse des écoulement en charge ou la pression est distincte de la pression atmosphérique.

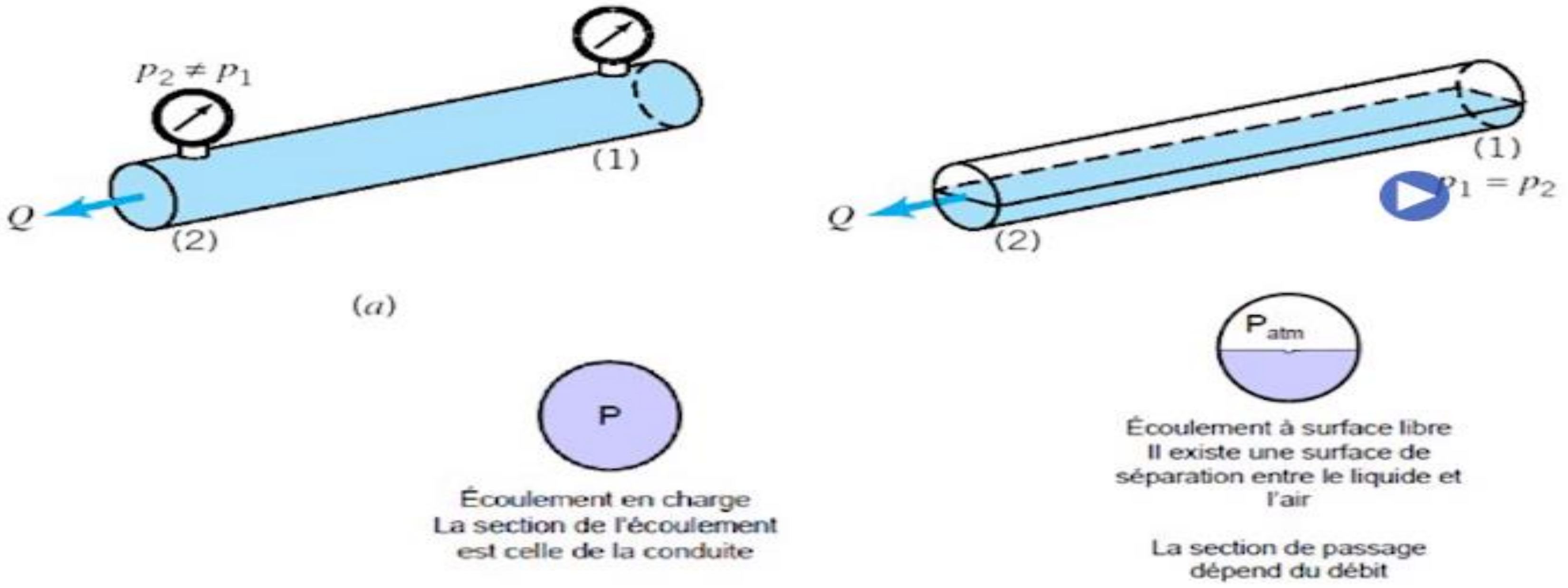
- Les écoulements dans les canaux naturels (cours d'eau) et artificiels (irrigation, navigation) sont, dans la plupart des cas,

des écoulements à surface libre.

- Les écoulements à surface libre et les écoulements en charge sont décrits par des lois semblables (loi de conservation).

Ecoulement à surface libre

Ecoulements dans les conduites peuvent aussi être à surface libre.



Ecoulement à surface libre

2. Classification des écoulement à surface libre:

- **Paramètre**: débit $\boldsymbol{Q}$ et hauteur d'eau $\boldsymbol{y}$
- **Hypothèses**: Ecoulement $\boldsymbol{1D}$(uni-dimensionnel) et conservatif
- **Variables**: temps $\boldsymbol{t}$ et position $\boldsymbol{x}$.

- Classification des écoulement suivant **le temps**:

  Permanent ($\boldsymbol{Q}$ constant dans le temps à une section de référence)

  Non permanent ($\boldsymbol{Q}$ variant dans le temps à une section de référence)

- Classification des écoulements suivant **la position**:

  Uniforme (et conservatif): $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{C^t}$ et $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C^t}$

  Varié: $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{C^t}$ et $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})$

  Ecoulement graduellement variés

  Ecoulements brutalement variés

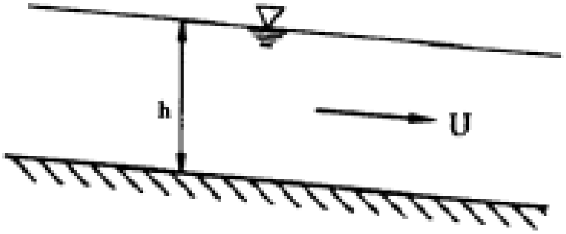
Ecoulement à surface libre:

2. Classification des écoulement à surface libre:

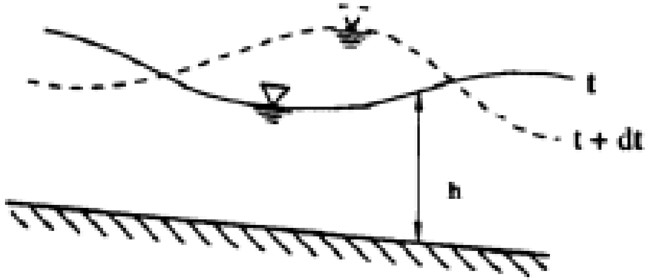
○ Variabilité dans le temps:

- **Le mouvement est permanent** (ou **stationnaire**) si les vitesses $\boldsymbol{U}$ et la profondeur $\boldsymbol{h}$ restent invariables dans le temps. Par conséquent, le débit est constant: $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{V}.\boldsymbol{S}$

- **Le mouvement est non-permanent** dans le cas contraire. Au sens strict, l'écoulement dans les canaux est rarement permanent. Néanmoins les variations temporelles sont, dans certains cas, suffisamment lentes pour que l'écoulement puisse être considéré comme une succession de régime permanent. On peut alors définir ainsi le régime quasi-permanent.



Ecoulement permanent



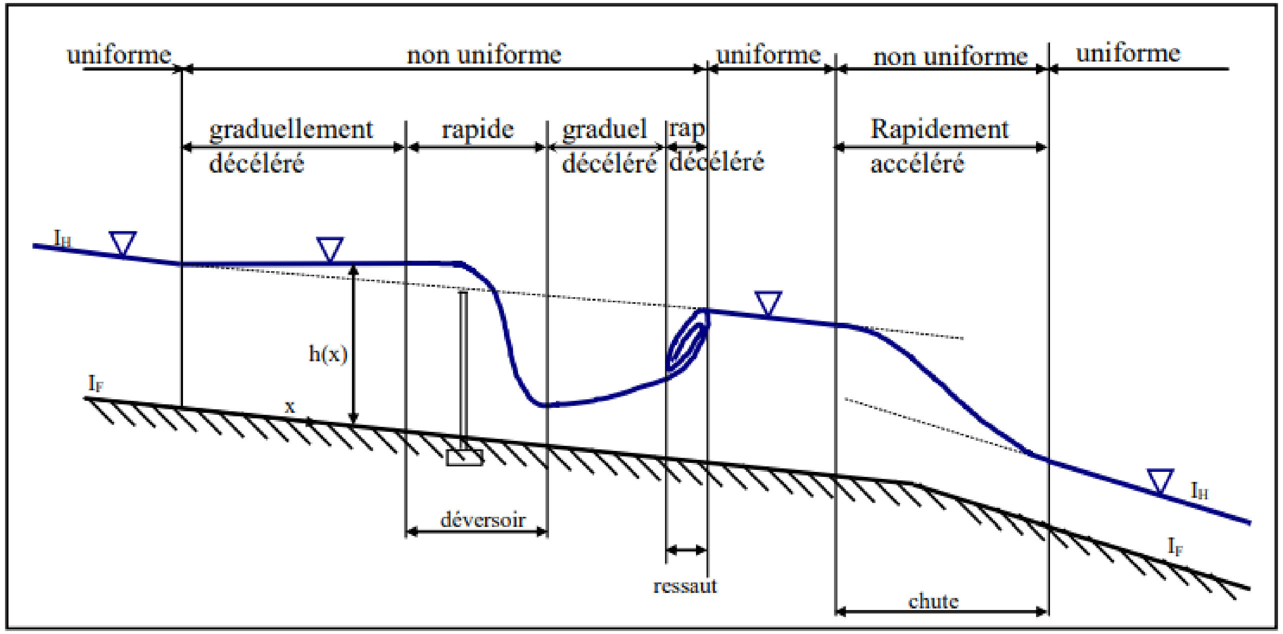
Ecoulement non-permanent

Ecoulement à surface libre:

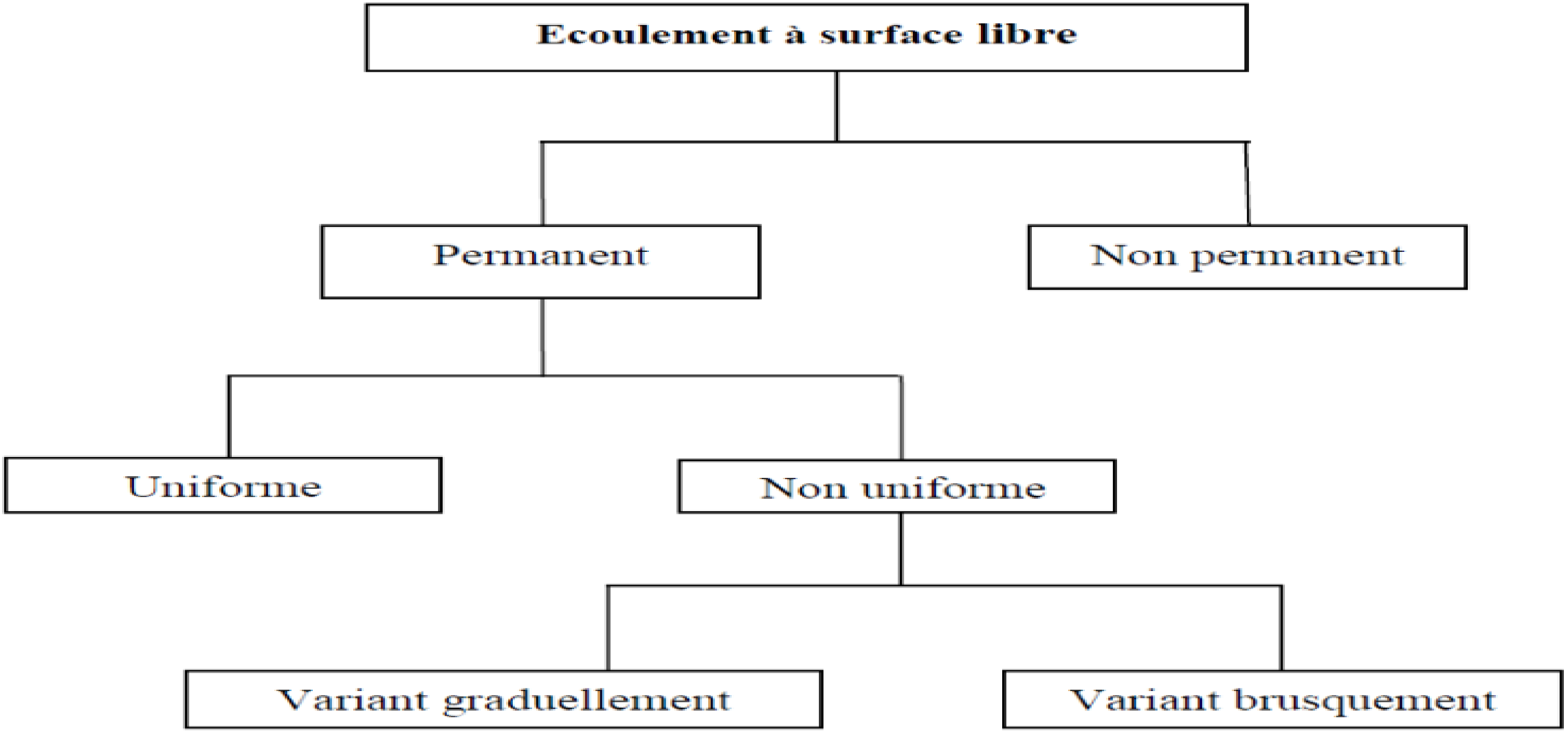
2. Classification des écoulement à surface libre:

○ Variabilité dans l'espace

- **Le mouvement est uniforme** si les paramètres caractérisant l'écoulement restent invariables dans les diverses sections du canal. La ligne de la perte du fond est donc parallèle à la ligne de la surface libre.
- **Le mouvement est non-uniforme ou varié** si les paramètres caractérisant l'écoulement changent d'une section à l'autre. La pente de la surface libre diffère de celle du fond.
- Un écoulement **non-uniforme** peut être accéléré ou décéléré suivant que la vitesse croît ou décroît dans le sens du mouvement.
- lorsque le mouvement est **graduellement varié**, la profondeur ainsi que les autres paramètres varient lentement d'une section à l'autre.
- Lorsque le mouvement est **rapidement varié**, les paramètres caractérisant l'écoulement changent brusquement, parfois avec des discontinuités. Cela se manifeste en général au voisinage d'une singularité, telle qu'un seuil, un rétrécissement, un ressaut hydraulique ou une chute brusque (c'est en particulier le cas des déversoirs).



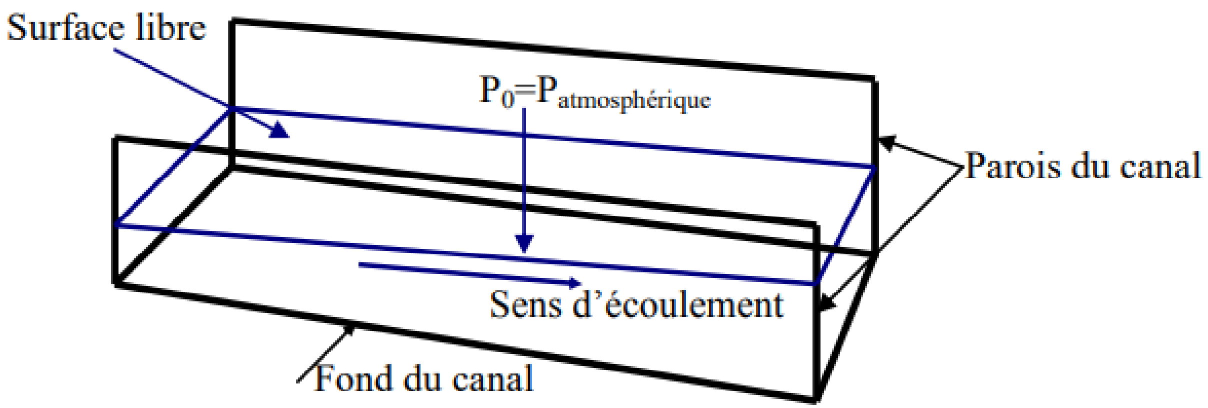
Ecoulement à surface libre



Ecoulement à surface libre

3. Les différent types de canaux:

- On appelle canal un système de transport dans lequel l'eau s'écoule et dont la surface libre est soumise à la pression atmosphérique.



L'étude hydraulique d'un canal se pose souvent aux ingénieurs sous la forme suivante:

On distingue deux catégories de canaux:

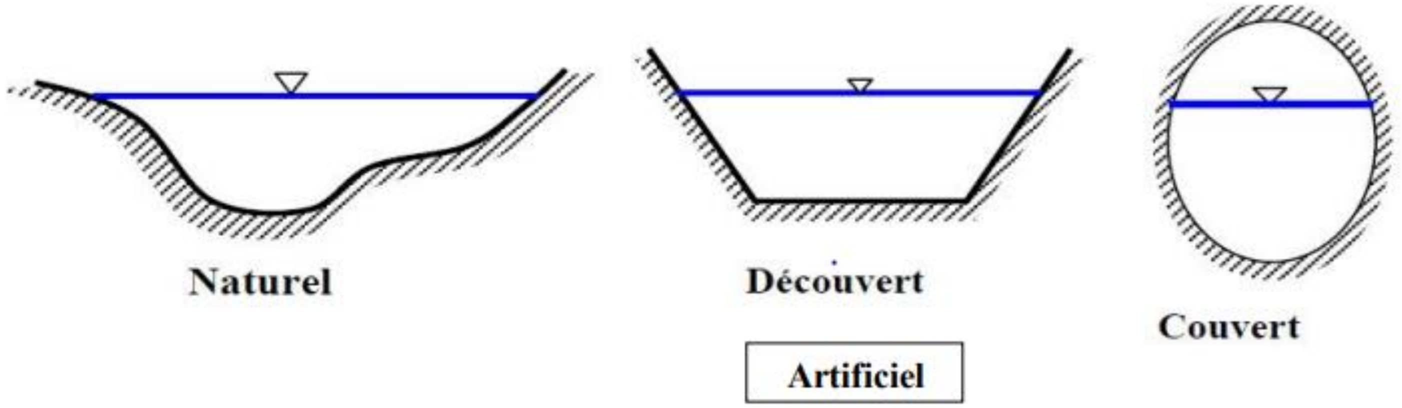
- ❑ Les canaux naturels.
- ❑ Les canaux artificiels.

3. Les différent types de canaux:

Les canaux naturels ce sont les cours d'eau qui existent naturellement sur (ou sous) terre; tels que les torrents, rivières, fleuves et estuaires. Les propriétés géométriques et hydrauliques des canaux naturels sont généralement assez irrégulières. L'application de la théorie hydraulique ne donne que des résultats approximatifs obtenus à partir d'hypothèses qui s'imposent.

Les canaux artificiels ce sont des cours d'eau réalisés par l'homme sur (ou sous) terre tels que: les canaux découverts construits au ras du sol (canaux de navigation, d'adduction et d'évacuation, d'irrigation et de drainage) ou les canaux couverts dans lesquels les liquides ne remplissent pas toute la section (tunnels hydrauliques, aqueducs, drains, égouts).

Les propriétés hydrauliques des canaux artificiels sont généralement assez régulières.

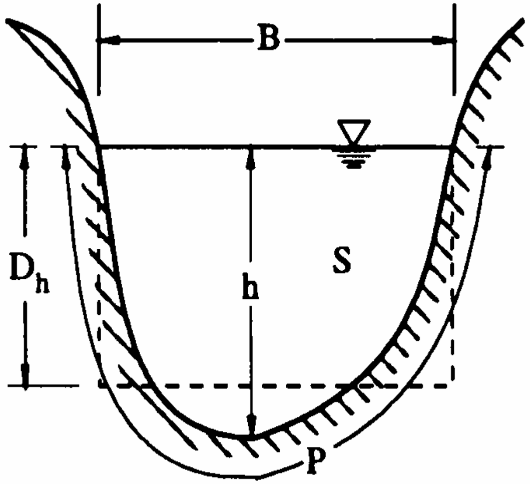


Ecoulement à surface libre:

3. Les différent types de canaux:

Propriétés géométriques et hydrauliques des canaux:

Dans cette partie nous allons définir les grandeurs géométriques les plus utilisées permettant de caractériser l'écoulement.



- ***Largeur au miroir*** $\boldsymbol{B(m)}$: la largeur de la section d'écoulement au niveau de la surface libre.
- ***Périmètre mouillé*** $\boldsymbol{P(m)}$: longueur de la surface d'écoulement en contacte avec le lit.
- ***Surface mouillée*** $\boldsymbol{S(m^2)}$: appelée aussi section d'écoulement, partie de la section limitée par les parois du canal et la surface libre.
- ***Profondeur hydralique*** $\boldsymbol{D_h\ (m)}$: hauteur moyenne d'eau, définie par $\boldsymbol{D_h = S/B}$
- ***Tirant d'eau*** $\boldsymbol{h(m)}$: profondeur maximale d'une section d'écoulement
- ***Rayon hydraulique*** $\boldsymbol{R_h(m)}$: longeur caractéristique définie par $\boldsymbol{S/P}$

Ecoulement à surface libre:

4. *Régimes d'écoulement:*

- L'écoulement d'un fluide réel dans un canal à surface libre est soumis aux forces suivantes :

➢ **Forces d'inertie**

➢ **Forces de gravité**

➢ **Forces de frottement** (Viscosité et rugosité).

Pour l'étude hydraulique des canaux, on définit habituellement les nombres adimensionnels suivants :

Nombre de Froude:

C'est le rapport entre les forces d'inertie et celles de gravité où :

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gh}}$$

Où ***V*** est la vitesse moyenne de l'écoulement, **g** est l'accélération de la pesanteur et ***h*** est la hauteur hydraulique d'écoulement.

Le rôle du nombre de Froude est de permettre le classement des écoulements comme suit :

- **Ecoulement fluvial :** $F_r < 1$
- **Ecoulement critique :** $F_r = 1$
- **Ecoulement torrentiel :** $F_r > 1$

Ecoulement à surface libre:

4. Régimes d'écoulement:

Nombre de Reynolds

Le passage d'un régime à l'autre dépend de la valeur d'un paramètre adimensionnel, le nombre de Reynolds. Celui-ci est par définition le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité, et s'écrit :

$$\boldsymbol{R_e = \frac{VD_h}{\nu}}$$

Où $\boldsymbol{V}$ est la vitesse moyenne de l'écoulement, $\boldsymbol{D_h}$ est le diamètre hydraulique et $\boldsymbol{\nu}$ est la viscosité cinématique du liquide en écoulement. Le rôle du nombre de Reynolds $\boldsymbol{R_e}$ est de permettre le classement des écoulements comme suit:

Ecoulement laminaire : $\boldsymbol{R_e < 500}$

Transition : $\boldsymbol{500 < R_e < 2000}$

Ecoulement turbulent : $\boldsymbol{R_e > 2000}$

Les expériences avec différents canaux artificiels montrent que l'écoulement est turbulent dès que le nombre de Reynolds atteint des valeurs de $\boldsymbol{2000}$

Ecoulement à surface libre:

4. *Régimes d'écoulement:*

Par conséquent, les effets du nombre de Reynolds, $\boldsymbol{R_e}$ et du nombre de Froude, $\boldsymbol{F_r}$, donnent quatre régimes d'écoulement :

- Fluvial – laminaire: $\boldsymbol{F_r = 1 \,;\; R_e < 500}$
- Fluvial – turbulent: $\boldsymbol{F_r < 1 \,;\; R_e < 2000}$
- Torrentiel – laminaire: $\boldsymbol{F_r > 1 \,;\; R_e < 500}$
- Torrentiel – turbulent: $\boldsymbol{F_r > 1 \,;\; R_e > 2000}$

Ecoulement à surface libre:

5. *Les paramaètres hydraulique:*

- ***Masse volumique:***

La masse volumique de l'eau est notée $\boldsymbol{\rho_w}$ et vaut $\mathbf{1000\ kg/m^3}$ dans le cas de l'eau sans matières en suspension.

- ***Poids volumique:***

Le poids volumique de l'eau est noté $\boldsymbol{\gamma_w = g.\rho_w}$ et vaut $\mathbf{9,81kN/m^3}$ pour de l'eau sans matières en suspension. **g** désigne l'accélération de la pesanteur et vaut $\mathbf{9,81\ m/s^2}$. Il ne doit pas être confondu avec la masse volumique définie plus haut ou avec la densité qui est un nombre sans dimension.

- ***Débit:***

Le débit $(\mathbf{Q})$ est le volume d'eau qui traverse une section perpendiculaire à l'axe du canal par unité de temps.

- ***Vitesse en un point de l'écoulement:***

Par définition, la vitesse $(\mathbf{v})$ en un point de l'écoulement est celle de la particule qui passe en ce point au moment considéré.

- ***Vitesse moyenne:***

La vitesse moyenne est par définition $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{S}}$, c'est-à-dire $\mathbf{V} = \frac{\iint \mathbf{v.ds}}{\mathbf{S}}$, **ds** désignant un élément de surface $(\mathbf{S} = \iint \mathbf{ds})$.

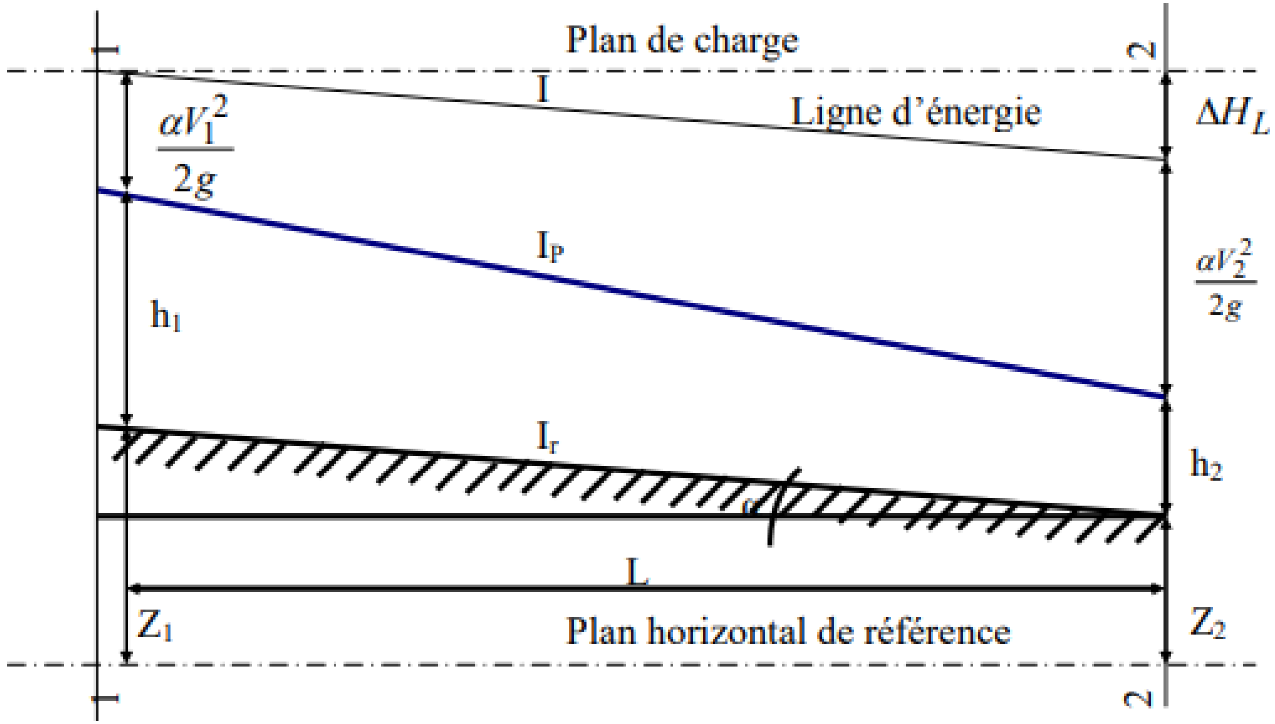
Ecoulement à surface libre:

5. Les paramètres hydraulique:

- ***Les pentes:***

On distingue trois types de pentes:

- **Pente géométrique (pente longitudinale du radier « I_r »).**
- **Pente piézométrique (I_P).**
- **Pente hydraulique ou gradient hydraulique (I).**



Répartition de l'énergie dans un écoulement à surface libre.

Ecoulement à surface libre:

5. *Les paramètres hydraulique:*

- ***Les pentes:***

a) *La pente géométrique (I_r ou I_F) :*

Elle est définie comme étant le rapport entre la différence de cotes de deux sections et la distance horizontale.

$$I_r = \frac{Z_1 - Z_2}{L} = \frac{dZ}{dL}$$

Elle est peut être négative, nulle ou positive.

b) *La pente piézométrique (I_P) :*

Elle est définie comme étant le rapport entre la différence de la profondeur d'eau de sections et la distance horizontale qui les sépare.

$$I_P = \frac{h_1 - h_2}{L} = \frac{dh}{dL}$$

Elle est peut être négative, nulle ou positive.

Ecoulement à surface libre:

c) La pente hydraulique (I):

Elle est définie comme étant le rapport entre la différence de l'énergie totale de sections et la distance horizontale qui les sépare.

$$\boldsymbol{I = \frac{\Delta H_L}{L}}$$

Sachant que :

$$\boldsymbol{\Delta H = H_1 - H_2}$$

$$\boldsymbol{H_1 = Z_1 + h_1 + \frac{\alpha V_1^2}{2g} \quad H_2 = Z_2 + h_2 + \frac{\alpha V_2^2}{2g}}$$

Avec:

$\boldsymbol{Z}$: *la cote géométrique*

$\boldsymbol{h}$: *la profondeur d'eau dans un canal*

$\boldsymbol{\alpha}$: *le coefficient de Coriolis, il est compris entre* ***(1, 10)***

$\boldsymbol{V}$: *la vitesse moyenne d'écoulement*

$\boldsymbol{g}$: *l'accélération de la pesanteur, elle est prise égale à* $\boldsymbol{9.81\, m/s^2}$

$\boldsymbol{\frac{\alpha V_1^2}{2g}}$**:** *hauteur dynamique*

Ecoulement à surface libre:

- ***Ligne de courant:***

Une ligne de courant est une courbe tangente en chacun de ses points **P** au vecteur vitesse en ce point. En écoulement non permanent, la vitesse $\boldsymbol{v}$ au point **P** évolue dans la temps et les lignes de courant se déforment avec le temps. En écoulement permanent, les lignes de courant ne se déforment pas et constituent des trajectoires de particules d'eau. Le profil de la surface libre est une ligne de courant particulière.

- ***Pression hydrostatique en un point:***

Dans un liquide au repos, $\mathbf{z_P} + \dfrac{\mathbf{p}}{\boldsymbol{\gamma}_\mathbf{w}}$ est constant en tout point **P** de la masse liquide. $\mathbf{Z_P}$ désigne la cote du point **P**.

p désigne la pression appliquée à une facette passant par ce point et ne dépend pas de l'orientation de cette facette. Elle s'exprime en Pascal (symbole **Pa** ou $\boldsymbol{N/m^2}$).

Dans ce qui suit, **p** désignera la pression relative (autrement dit, en surface d'un liquide la pression est nulle). A une profondeur **h** sous la surface libre,

$$\mathbf{p} = \boldsymbol{\gamma}_\mathbf{w} . \mathbf{h}$$

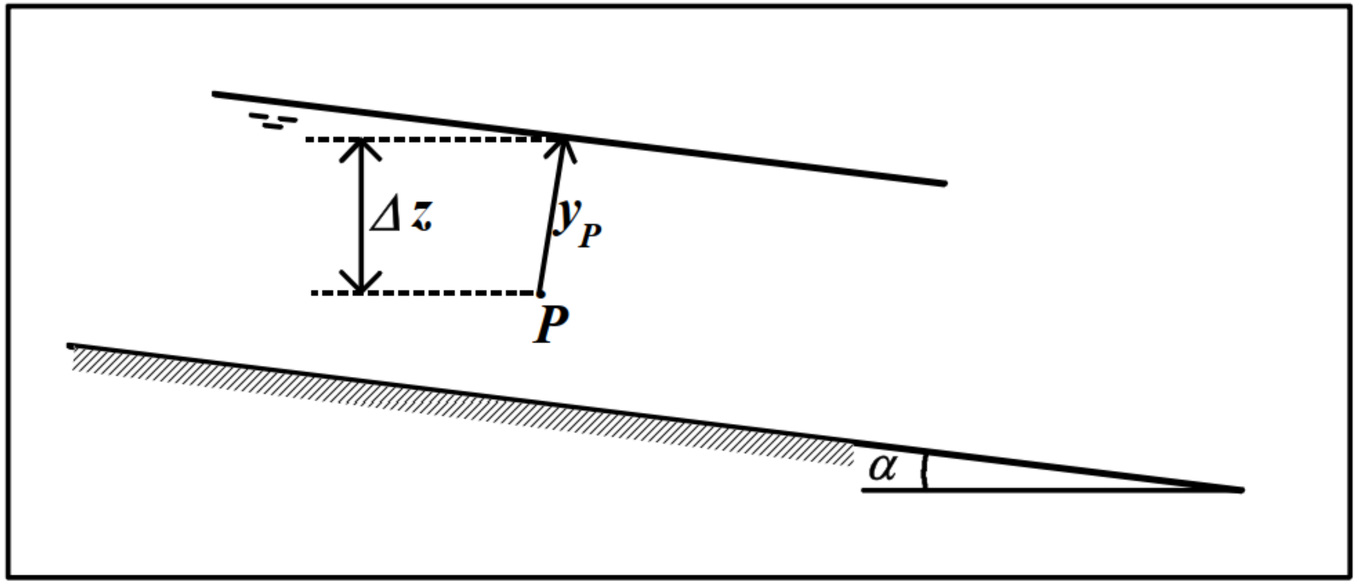
Ecoulement à surface libre:

- ***Charge hydraulique en un point d'un liquide en mouvement:***

Par définition, la charge hydraulique en un point **P** d'une ligne de courant est la valeur $\boldsymbol{H_P = z_P + \frac{p}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g}}$ ou $\boldsymbol{z_P}$ est la cote du point, **p** la pression en ce point et $\boldsymbol{v}$ la vitesse au point. Si $\boldsymbol{\Delta z}$ désigne la différence d'altitude entre le point et la surface libre, la pression (relative) en **P** est $\boldsymbol{p = \gamma_w . \Delta z}$ $(voir\ figure)$.Si $\boldsymbol{y_P}$ désigne la distance du point à la surface et si $\boldsymbol{\alpha}$ désigne l'angle du fond avec l'horizontale, $\boldsymbol{y_P = \Delta z / cos\alpha}$.

Donc $\boldsymbol{p = \gamma_w . y_P}$, comme pour un problème hydrostatique. Donc, en hydraulique à surface libre et pour une pente faible, la charge en un point peut s'écrire: $\boldsymbol{H_P = z_P + y_P + v^2/2g}$.

Jusqu'à un angle de **8°** par exemple, c'est-à-dire une pente de **14%,** l'erreur due à cette approximation n'est que de **1%.**



Ecoulement à surface libre:

- ***Charge moyenne dans une section , charge spécifique:***

L'intégration de $H_P = z_P + y_P + {}^{v^2}/_{2g}$ dans une section donne la charge moyenne:

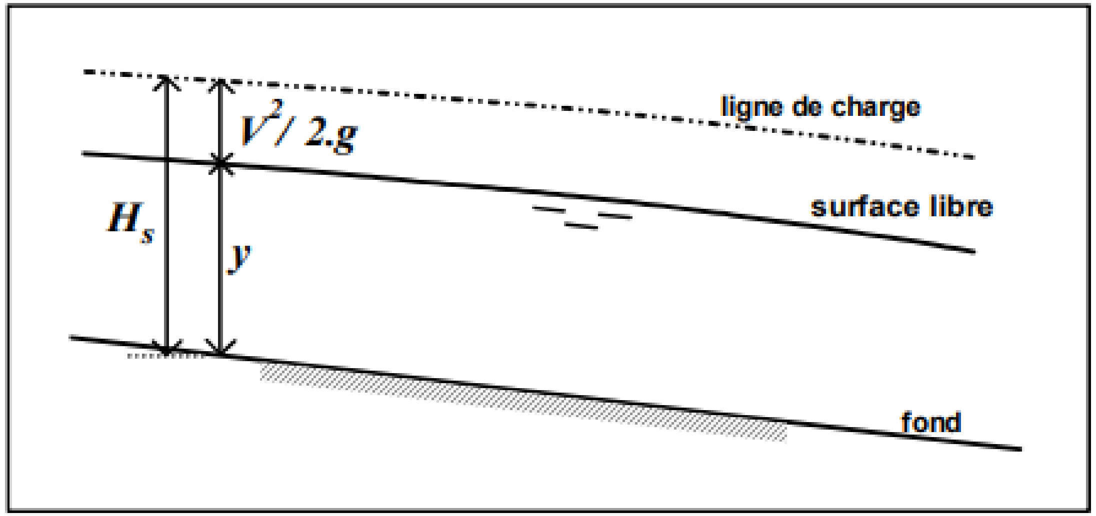
$H = z_f + y + {}^{\beta V^2}/_{2g}$,ou z_f désigne la cote du fond et y le tirant d'eau pour la section. Le coefficient de Coriolis **β** vaut 1 si la répartition des vitesse dans la section est uniforme. Sa formulation est:

$\beta = \frac{\iint v^3 \, ds}{V^3 . S}$. En rivière, il est généralement compris entre 1 et 2.

La ligne de charge moyenne est obtenue en reportant graphiquement $V^2/2g$ au dessus de la ligne piézométrique comme montré figure . Sur cette figure, le tirant d'eau est assimilé à la distance verticale entre le fond et la surface libre, toujours compte tenu de l'hypothèse de pente faible, cette approximation sera conservée par la suite.

La charge spécifique est la charge moyenne mesurée par rapport au fond du canal:

$H_s = H - z_f = \frac{p}{\gamma_w} + \beta \frac{V^2}{2.g}$. Si la pente est faible, $p = \gamma_w . y$. D'où : $H_s = y + \beta . V^2/(2.g)$.



Ecoulement à surface libre:

- ***Poussée sur une paroi du canal :***

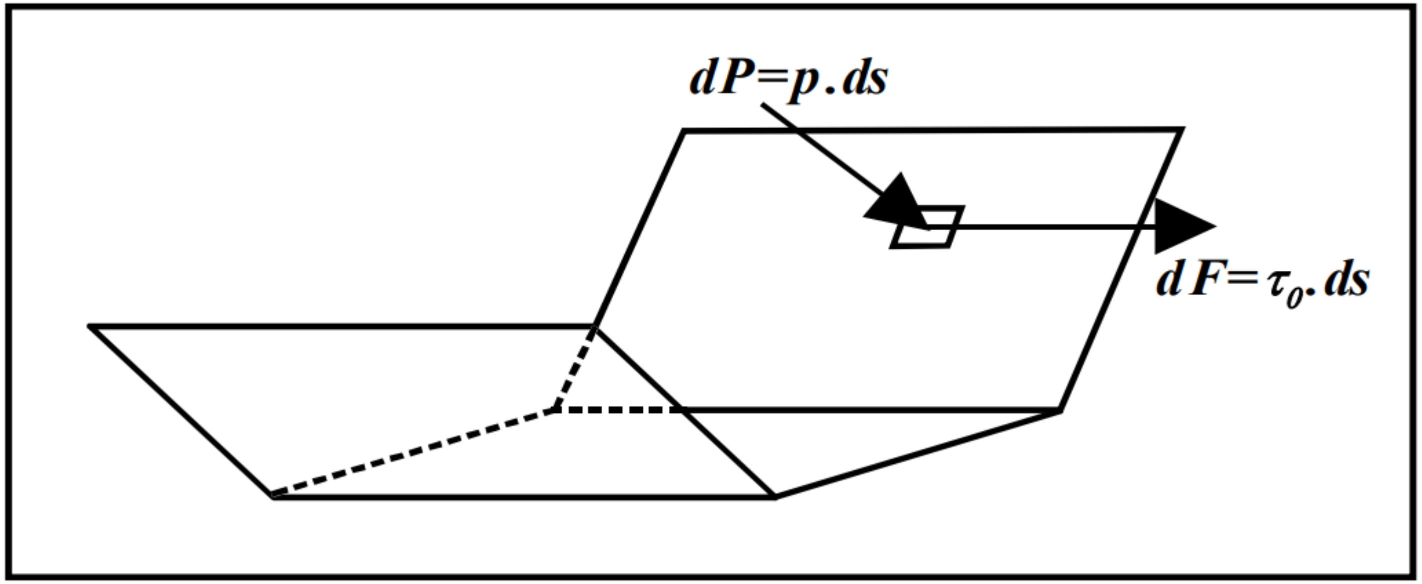
L'eau exerce sur les parois du canal une poussée égale à celle qui existerait si l'eau était au repos. Sur un élément de paroi de section $\boldsymbol{ds}$, la poussée est $\boldsymbol{dp = p.ds}$ avec $\boldsymbol{p = \gamma_w . y}$.

- ***Frottement sur une paroi du canal :***

L'eau étant en mouvement, exerce aussi sur un élément de paroi de section $\boldsymbol{ds}$, une force de frottement habituellement notée:

$\boldsymbol{dF = \tau_0 . ds}$.

$\boldsymbol{\tau_0}$ est la force de frottement par unité de surface ou contrainte tangentielle à la paroi.



Force appliquées par l'eau sur les parois (l'une perpendiculaire, l'autre tangentielle)

Présentation de l’écoulement uniforme et méthode de calcul de la profondeur normale:

Les écoulements à surface libre sont des écoulements qui s’écoulent sous l’effet de la gravité, contrairement aux écoulements en charge, caractérisés par des paramètres hydrauliques tels que **la géométrie**, **la pente**, **la nature des parois**, et **la vitesse moyenne**, avec ce dernier caractère, certains nombres d’hydrauliciens ont établi une relation entre les paramètres géométriques du canal et ce caractère. Ces écoulements effectuent aussi avec une certaine hauteur d’eau, appelée hauteur normale.

En comparant cette hauteur d’eau avec la hauteur critique, qui n’est pas en fonction de la pente du canal, on est en mesure de déterminer si l’écoulement est fluvial, critique ou torrentiel. Cette information sera très utile lorsque l’on voudra évaluer les écoulements varie.

Cette partie s’intéresse à la présentation des différentes relations destinées au calcul de l’écoulement uniforme.

Après avoir présenté les conditions d’établissement de l’écoulement uniforme, les relations de **Chézy, Manning – Strickler** et **Darcy – Weisbach** seront exposées.

Par la suite, on va présenter une méthode de calcul de la profondeur normale.

Ecoulement uniforme :

Introduction générale:

Un écoulement est considéré comme étant uniforme lorsque :

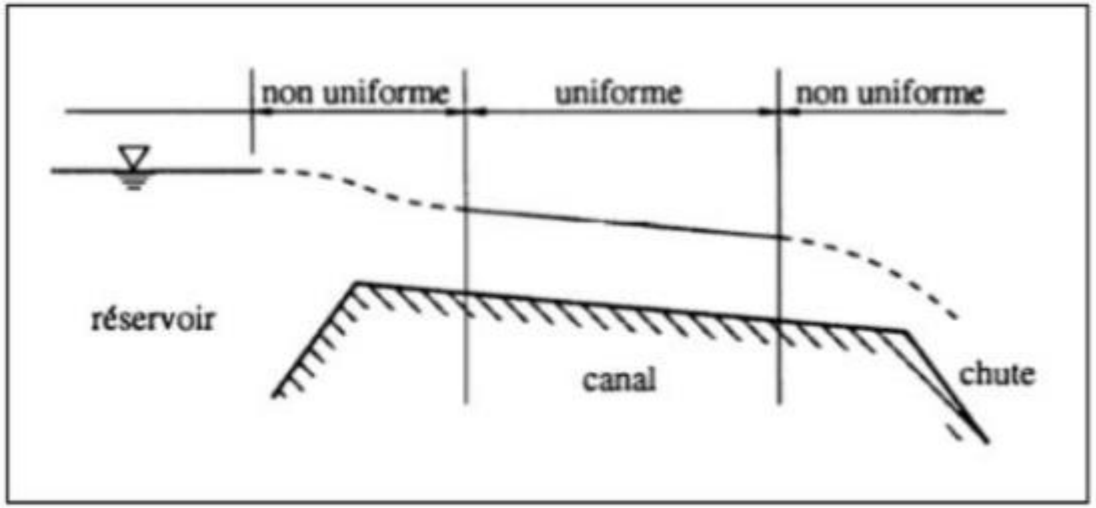
- Ses caractéristiques sont invariables dans le temps et dans l'espace. Ces caractéristiques sont la profondeur **h** de l'écoulement appelée aussi hauteur normale, l'aire de la section mouillée **A**, la vitesse moyenne $\boldsymbol{V}$ de l'écoulement et le débit $\boldsymbol{Q}$. D'un point de vue pratique, la constance de la vitesse $\boldsymbol{V}$ est généralement associée à la celle de la vitesse moyenne ; mais de façon plus rigoureuse, cela signifie que l'écoulement est caractérisé par une vitesse constante en tout point de son domaine. En d'autres termes, la distribution des vitesses dans chacune des sections transversales de l'écoulement est uniforme.

- Les lignes de courants sont rectilignes et parallèles et la pression verticale peut donc être considérée comme hydrostatique .

- La pente de fond, la pente de la surface libre et la pente de la ligne d’énergie sont parallèles et identique.

Ecoulement uniforme:

L’écoulement véritablement uniforme est très rare dans les canaux, elle est cependant fréquemment admise lors du calcul des caractéristiques d'un écoulement en canaux et rivières. On ne l’observe que dans des canaux prismatiques très longs et loin des extrémités amont et aval .



Ecoulement uniforme entre des extrémités.

Dans la pratique, l’écoulement uniforme est très rare. Il se produit, d’un point de vue théorique, lorsque le canal a une longueur infinie ou très grande. Cependant, le calcul de l’écoulement dans les canaux et rivières est effectué sous l’hypothèse de l’uniformité. Ce calcul se base, en règle générale, sur les formules usuelles de type ***Chézy ou Manning***, en admettant que le coefficient de résistance à l’écoulement est aussi constant.

Ecoulement uniforme:

- ***<u>hypothèses:</u>***

Un écoulement est dite uniforme lorsque les filets de courants sont rectilignes et parallèles, avec un profil de vitesse constant suivant le profil en long.

Le débit $\boldsymbol{Q}$, la vitesse $\boldsymbol{U}$ et le tirant d'eau **y** sont constants.

<u>Propriétés de l'écoulement uniforme :</u>

❑Canal prismatique (section constante)

❑Vitesse moyenne U constante d'une section à l'autre

❑Distribution de pression hydrostatique

❑Surface libre parallèle à la pente de fond

Ecoulement Uniforme:

1) Equation de l'écoulement uniforme:

Soit la pente du fond:

$$I = -dz_f/dx$$

La pente de la surface libre est aussi égale car le tirant d'eau est constante dans l'espace. Trois hypothèses doivent être satisfaites pour représenter de manière unique la charge en une section et la perte de charge entre deux sections :

- ***pente de fond faible : pour supposer les profondeurs h comme verticales.***
- ***vitesse uniforme dans une section donnée.***
- ***écoulement parallèle afin que le niveau piézométrique soit le même en tout point d'une section.***

Ecoulement uniforme:

La charge moyenne en une section est par définition:

$$H = y + z + V^2/2g.$$

La variation de charge $\boldsymbol{H_1 - H_2}$, entre une section 1 et une section 2, est appelée perte de charge.

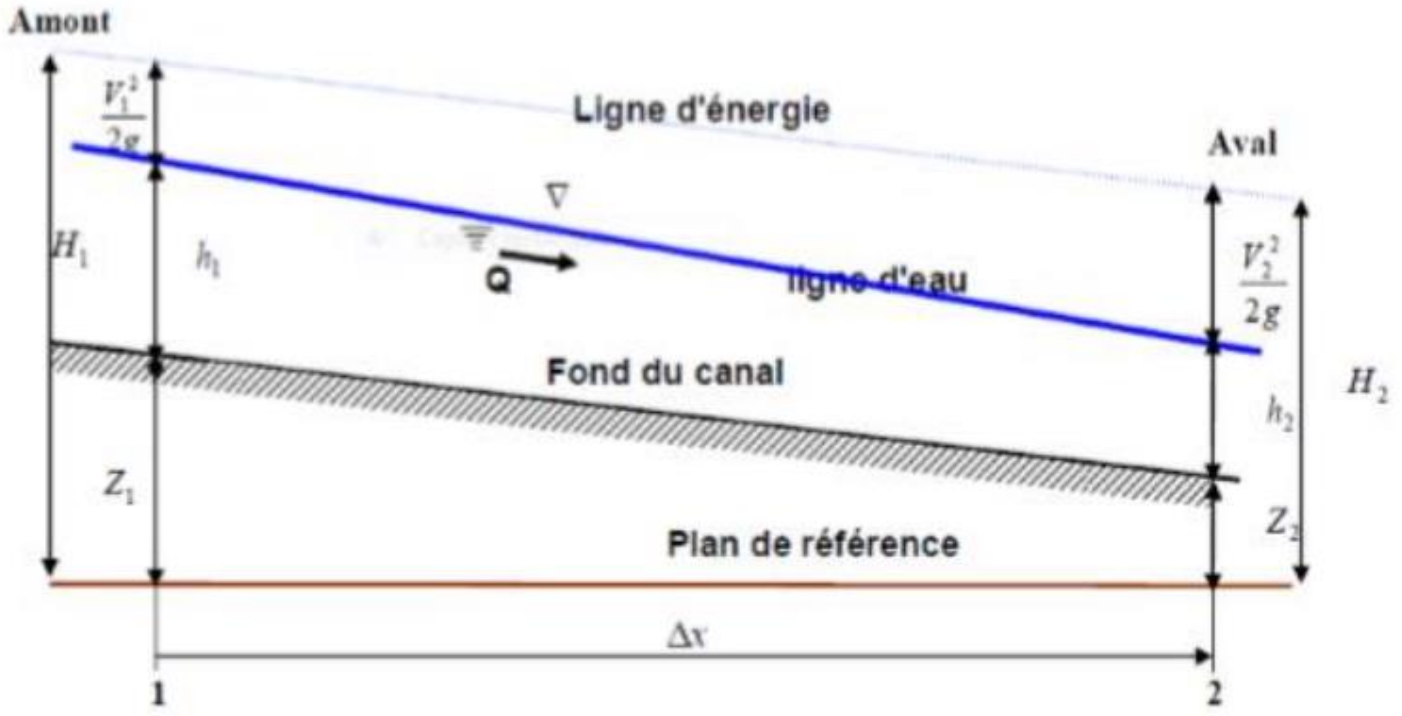


Diagramme d'énergie pour un écoulement uniforme

Ecoulement uniforme:

Le théorème de Bernoulli exprime que dans un écoulement permanent d'un fluide parfait (viscosité nulle), la charge est constante le long d'une line de courant. Mais nous nous intéressons à des liquides réels, donc visqueux.

Le théorème de Bernoulli généralisé exprime simplement que la variation de la charge $\boldsymbol{\Delta H}$ est égale à la perte de charge à la perte de charge $\boldsymbol{J.\Delta x}$.

La perte de charge linéaire (J) est donc identique à la pente de la ligne de charge: $\boldsymbol{J = -dH/dx}$.

D'où :

$$\boldsymbol{J = -\frac{d}{dx}\left(y + z_f + \frac{V^2}{2g}\right) = -\frac{dz_f}{dx}}$$ car y comme $\boldsymbol{V}$ sont constants.

Il en résulte: $\boldsymbol{I = J\ (h\ et\ V\ sont\ constantes)}$.Au passage, constatons qu'un écoulement uniforme n'existe que si la pente positive.

Dans un écoulement uniforme la ligne de charge, la surface libre et le fond sont parallèles.

Ecoulement uniforme:

2) Quelques formules de l'écoulement uniforme:

- ***Formule de Chézy:***

La formule de ***Chézy*** est probablement la première formule destinée au calcul de l'écoulement uniforme. La vitesse moyenne $\boldsymbol{V}$ s'exprime par :

$$\boldsymbol{V = C\sqrt{R_h . J}}$$

Rappelons que :

$\boldsymbol{R_h}$: *est le rayon hydraulique* (m)

$\boldsymbol{J}$: *la perte de charge par unité de longueur, égale à la pente du canal et à la pente de la surface libre, étant donné qu'il s'agit de régime uniforme.*

$\boldsymbol{C}$: *est le facteur caractérisant la résistance de l'écoulement(le coefficient de Chézy), il a comme unité le* $\left(m^{0,5}/_{s}\right)$.

Le facteur C est habituellement appelé coefficient de Chézy.

Ecoulement Uniforme:

<u>Détermination du coefficient de Chézy :</u>

Pour le calcul du coefficient de ***Chézy*** il existe une panoplie de formules, parmi ces formules nous mentionnerons dans ce qui suit celles les plus souvent utilisées.

- ***<u>Formule de Manning:</u>***

La vitesse moyenne $\boldsymbol{V}$ de l'écoulement uniforme peut être également évaluée par la formule dite de ***Manning***.

La vitesse $\boldsymbol{V}$ est liée au coefficient $\boldsymbol{C}$ de résistance de l'écoulement, au rayon hydraulique $\boldsymbol{R_h}$ et à la pente $\boldsymbol{J}$ du canal. A l'origine, la formule de ***Manning – Strickler*** se présentait sous une forme compliquée, puis elle a été simplifiée pour s'écrire, avec $\boldsymbol{C = K}$

$$\boldsymbol{V = K R_h^{2/3} \sqrt{J}}$$

La relation a été ensuite modifiée par plusieurs auteurs pour s'écrire, en unité métrique:

$$\boldsymbol{V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} \sqrt{J}}$$

(n selon $Manning$ et $1/n = K$ selon $Strickler$).

Ecoulement uniforme:

En raison de sa forme simplifiée et aux résultats satisfaisants auxquels elle aboutit, la formule de $\boldsymbol{Manning - Strickler}$ est celle qui est largement utilisée pour les écoulements uniformes dans les canaux ouverts.

En comparant la formule de $\boldsymbol{Manning - Strickle}$, exprimée en unité métrique, à celle de $\boldsymbol{Ch}$é$\boldsymbol{zy}$, on peut écrire :

$$\boldsymbol{C = (1/n) R_h^{1/6}}$$

Ainsi, la formule de $\boldsymbol{Manning - Strickler}$ est souvent considérée comme une variante de la formule de $\boldsymbol{Ch}$é$\boldsymbol{zy}$.

Avec des différentes valeurs selon le type des canaux régulier ou les cours d'eau naturels. Plusieurs expression approchées été proposées montre que la rugosité des canaux en matériaux non cohérents est en fonction du diamètre moyen des particules et du rayon hydraulique. Elle sera approximativement:

$$\boldsymbol{K = \frac{1}{n} \simeq 26 \left(\frac{1}{d_{65}}\right)^{1/6}}$$

Ou $\boldsymbol{d_{65}}$ est le diamètre en mètre correspondant à 65% passant en poids.

Pour les canaux exceptionnellement lisses, et surtout à dimensions considérables, le coefficient $\boldsymbol{K}$peuvent prendre des valeurs négatives. Dans ce cas, on conseille d'utiliser plutôt la formule de ***Strickler.***

Ecoulement uniforme:

- ***Formule de Darcy- Weisbach:***

On utilise cette forme d'équation, pour les conduites d'égout:

$$\boldsymbol{U = \sqrt{\frac{8g}{f}Ri}}$$

- ***Formule de Bazin:***

Qui établit une relation plus explicite de coefficient de ***Chézy*** donnée de cette forme:

$$\boldsymbol{C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R_h}}}}$$

$\boldsymbol{\gamma}$: $Paramètre\ représentatif\ de\ la\ rugosité\ du\ lit\ variant\ selan\ le\ type\ de\ lit\ (lisse(ciment), terre\ \ldots.)$

$\boldsymbol{R_h}$: *le rayon hydraulique intervient dans plusieurs facteurs, ce qui rend malaisée l'interprétation de son influence sur la sensibilité du canal de la vitesse moyenne.*

Ecoulement uniforme:

Cette formulation donne l’impression de faire reculer simplement en coure plus loi le moment de décider du choix apparemment arbitraire du paramétré présentatif du lit de cours d’eau et portant, elle a le mérite de mettre en évidence la faiblesse de la formule de ***Chézy***. Autre formule :

$$\boldsymbol{C = \frac{87\sqrt{R}}{K_B + \sqrt{R}}}$$

$\boldsymbol{K_B}$: *Coefficient dépendant de la rugosité des parois.*

Ecoulement uniforme:

- ***<u>Problème usuels sur les canaux en régime uniforme:</u>***

La formule générale de l'écoulement $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{AC}.\sqrt{\boldsymbol{RJ}}$donne une relation entre.

- $le\ débit\ \boldsymbol{Q}(\ ou\ la\ vitesse\ moyenne\ \boldsymbol{V}).$
- $La\ pente\ du\ canal\ \boldsymbol{J}.$
- $La\ section\ mouillée\ \boldsymbol{A}.$

C'est pourquoi quand on connait 2 éléments, on peut facilement calculer le dernier. On a alors 3 types de problèmes inhérents.

- *Calculer le débit connaissant la section mouillée et la pente.*
- Calculer la pente connaissant la section mouillée et le débit.
- Calculer la section mouillée connaissant le débit et la pente.

Cependant il y aura d'autres paramètres à prendre en compte tels que la nature des parois et du fond du canal, la pente des talus.

Ecoulement uniforme:

- ***Ecoulement critique:***

Comme nous avons vu précédemment, et dans un écoulement à surface libre la charge hydraulique représenté par la somme de l'énergie potentielle $(\boldsymbol{z})$ liée aux forces de volume, et l'énergie spécifique de l'écoulement

notée par $\boldsymbol{H_S}$ et donnée par la somme de l'énergie de pression $\frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\rho g}}$ liées aux forces de pression et l'énergie cinétique $\frac{\boldsymbol{V^2}}{\boldsymbol{2g}}$ liée aux forces d'inertie.

Lorsque l'énergie spécifique de l'écoulement est minimale, la hauteur d'eau est égale à la hauteur critique $\boldsymbol{h_c}$. Cette valeur peut être obtenue par annulation de la dérivée de l'énergie spécifique par rapport a $\boldsymbol{h}$.

$$\boldsymbol{H_S = \frac{P}{\rho g} + \frac{U^2}{2g} = h + \frac{U^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2g\,S(h)^2}} \qquad \textbf{\textit{(A)}}$$

$$\boldsymbol{\frac{dH_S}{dh} = 1 - \frac{Q^2}{gS(h)^3}\frac{dS(h)}{dh} = 0} \qquad \textbf{\textit{(B)}}$$

Sachant que, et c'est bien là l'une des grande utilités de la largeur au miroir **B**, on a :$\boldsymbol{dS(h) = Bdh}$, d'où l'équation ***(B)*** devient :

$$\boldsymbol{\frac{Q^2}{g} = \frac{S(h)^3}{B}} \text{ ou encore } \boldsymbol{\frac{U^2}{2g} = \frac{S(h)}{2B}} \qquad ©$$

$\boldsymbol{h}$: *désigné la hauteur moyenne ou la profondeur hydraulique dans la section, calculée à l'aide de rapport de la section mouillée par la largeur au miroir* $\boldsymbol{h = S(h)/B}$ on obtient:

$$\boldsymbol{\frac{U}{\sqrt{gh}} = 1 = F_r}$$

Qui désigné le cas de régime critique correspondent de nombre de Froude égale à 1 et minimum de charge spécifique dans une section donnée, au quel associe une hauteur unique appelée hauteur critique.

Ecoulement uniforme:

- ***<u>La hauteur (profondeur) critique:</u>***

La profondeur critique est la profondeur pour laquelle l'énergie spécifique est minimum. Cette profondeur critique est en fonction de débit, des dimensions et de la forme de la canalisation. On peut calculer à partir de l'équation ***(C).*** La difficulté de calcul dépend de l'expression de **S**. Par exemple pour un canal à section rectangulaire $\boldsymbol{S = bh_C}\ et\ \boldsymbol{B = b}$.

D'où:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{b^3 h^3}{b} \quad Donc \quad h_C = \left(\frac{Q^2}{g b^2}\right)^{1/3} \qquad \textbf{(D)}$$

La résolution de cette équation permet d'utilisation une méthode itérative de ***Newton-raphson***. La notion de profondeur critique est particulièrement importante de l'analyse de comportement hydraulique des ponceaux, pour le calcul de la ligne piézométrique et également pour le calcul ***des courbes de remous***. La région d'écoulement au-dessus de la profondeur critique définit une zone d'écoulement fluvial ; la région sous la profondeur critique est par ailleurs une zone d'écoulement torrentiel. Cet aspect est important lorsqu'on considère que le calcul ***de courbe de remous*** se fera de l'aval vers l'amont lorsque la profondeur de contrôle supérieur à la profondeur critique et de l'amont vers l'aval lorsque la profondeur de contrôle est inférieure à la profondeur critique.

Ecoulement uniforme:

- ***La pente critique:***

D’une manière générale et après la détermination de la profondeur critique, on peut aussi calculer la pente d’écoulement qui lui détermine le régime du cours d’eau. La formule de Strickler nous fournit la relation qui nous manquait entre la pente du cours d’eau et la vitesse, de sorte qu’on écrive l’expression de la pente critique :

$$\boldsymbol{F^2 = \frac{BU^2}{gS} = 1 \Rightarrow U_c^2 = \frac{gS_c}{B_c}}$$

Or

$$\boldsymbol{U_c^2 = K^2 \left(R_{hc}^{\frac{4}{3}}\right) i_C}$$

D’où:

$$\boldsymbol{i_c = \frac{gS_c}{B_c K^2 (R_{hc})^{4/3}}}$$

La comparaison entre la pente des cours d’eau et la pente critique supérieur, inférieur ou égale définissant le régime d’écoulement torrentiel, fluvial ou critique

Ecoulement uniforme:

- ***<u>Profondeur normale (équation de Manning) :</u>***

La profondeur dans un écoulement uniforme avec un débit constant définie comme la profondeur normale, que l'on obtient dans une canalisation à surface libre lorsque la composante de la force de gravité dans la direction de l'écoulement sera exactement compensée par les pertes dues à la friction sur la surface contre laquelle se fait l'écoulement. Les pertes de la canalisation, du gradient et de linge hydraulique et de la ligne d'énergie sont alors toutes égales. La profondeur normale est en fonction du débit, des dimensions et du type de canalisation, de la pente ($\boldsymbol{S_f}$) et de la résistance par friction. Sa valeur peut être calculée à l'aide de l'équation de Manning:

$$\boldsymbol{V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_f^{1/2}}$$

Ou :

$\boldsymbol{V}$ est la vitesse m/s

$\boldsymbol{R}$ le rayon hydraulique (surface d'écoulement divisée par le périmètre mouillé) en m

$\boldsymbol{S_f}$est la pente du gradient hydraulique (m/m)

*$\boldsymbol{n}$ le coefficient de **Manning** varie selon le type de canal.*

*Le terme $\boldsymbol{S_f}$ représente la pente de friction, lorsque celle-ci est égale à la pente de la canalisation, la profondeur obtenue avec l'équation de **Manning** est la profondeur normale*

Ecoulement uniforme:

- ***Calcul de la hauteur normale***
- Pour un débit donné et une pente de canal fixée, l'écoulement s'effectue avec une certaine hauteur d'eau, appelée hauteur normale.
- En comparant cette hauteur d'eau avec la hauteur critique, qui n'est pas fonction de la pente du canal, on est en mesure de déterminer si l'écoulement est fluvial, critique ou torrentiel. Cette information sera très utile lorsque l'on voudra évaluer les écoulements variés.
- Le principe de base du calcul de la hauteur normale consiste à résoudre une équation d'écoulement en termes de débit (***Chézy, Manning*** ou autre). De telle sorte que seule la profondeur soit inconnue. L'application de la formule de Chézy au cas de l'écoulement uniforme dans un canal de forme rectangulaire mène à une équation de troisième ordre. Sa résolution analytique conduit à l'expression exacte de la profondeur normale, en ayant recours aux fonctions trigonométriques. Cependant, l'évaluation de la valeur requise du coefficient C de ***Chézy*** demeure encore quasi impossible sans l'aide d'un procédé itératif

Ecoulement uniforme:

Ce chapitre a montré que :

- L’écoulement à surface libre est soumis à la pression atmosphérique.
- L’hydraulique fluviale s’intéresse surtout aux écoulements dans : Les canaux naturels, Les canaux artificiels.
- Les types d’écoulement à surface libre qu'on rencontre en hydraulique peuvent être : l’écoulement à surface libre permanent et non permanent.
- L’écoulement à surface libre uniforme et non uniforme.
- Les écoulements à surface libre, de même que les écoulements en charge, sont caractérisés par le nombre de Reynolds R et le nombre de ***Froude Fr***.
- Les différents paramètres du régime uniforme s’obtiennent grâce à la formule de ***Chézy***.
- La formule de Manning est largement utilisée en raison de son emploi pratique.
- La formule de ***Darcy – Weisbach*** exprime la perte de charge J en fonction du ***Dh***, coefficient de frottement f et la vitesse ***V***.

Enfin, l’écoulement uniforme est toujours considéré comme régime de référence même pour les autres types d’écoulement.

Chapitre 2:

Etude des régimes permanents graduellement variés-Equation différentielle des lignes d'eau (Méthodes de Bresse, Bakhmeteff, différences finies).

Chapitre 2:

Écoulement graduellement variés

Introduction:

Dans un canal prismatique, l'écoulement toujours permanent est non uniforme (**varie**), si **la profondeur d'eau** ainsi que les autres paramètres du canal tels que **la vitesse**, **la rugosité**, **la section transversale** changent d'une section à l'autre(au moins une des caractéristiques de l'écoulement change dans l'espace: $\frac{\partial V}{\partial x} \neq 0$, $\frac{\partial h}{\partial x} \neq 0$……..).

Dans ce cas la pente de la ligne d'énergie, de la ligne d'eau et celle du fond ne sont pas égales.

Les changements peuvent être graduels ou lents (1.écoulement graduellement varié) ou rapides (2.brusquement varié).

1. **Un écoulement graduellement varié:** changement graduel de la profondeur de l'écoulement**.**
2. **Un écoulement rapidement varié:** changement brusque et rapide de la profondeur**.**

Il est à noter que si le canal est uniforme (axe rectiligne, pente et section transversale constantes, rugosité homogène) la non uniformité de l’écoulement se produit au voisinage d’une singularité (déversoir, chute d’eau….).

On utilise le théorème de Bernoulli qui est le théorème de base de la mécanique des fluides pour l'étude des écoulements graduellement variés. Ce théorème repose sur le principe de la conservation de l'énergie, qui nous permet de comprendre les principes de base de l'écoulement graduellement varié.

On peut classer l'écoulement non uniforme en deux grandes catégories, suivant que la vitesse croit ou décroît dans le sens de l'écoulement (accéléré, décéléré).

Écoulement permanent graduellement variés:

Définition:

Un écoulement est dit graduellement varié quand **le tirant d'eau** et **la vitesse moyenne** varient progressivement. On s'intéresse ici aux écoulements permanents à débit constant et donc cette variation progressive a lieu dans l'espace.

La pente du fond et celle de la surface libre ne sont plus parallèles, mais comme elles différent assez peu on peut supposer que les lignes de courant sont sensiblement parallèles au fond. L'hypothèse que la répartition des pressions est hydrostatique est donc encore valable.

Présentation du problème considéré:

En pratique dans un canal uniforme, c'est-à-dire de section, pente et rugosité uniformes, le tirant d'eau n'est constant qu'à une grande distance des extrémités. Près des extrémités, l'écoulement est varié, c'est-à-dire que le tirant d'eau varie. Plus généralement, l'écoulement est également non uniforme lorsque le canal est non uniforme (sa géométrie et/ou sa rugosité sont variables).

Un écoulement graduellement varié est obtenu lorsque:

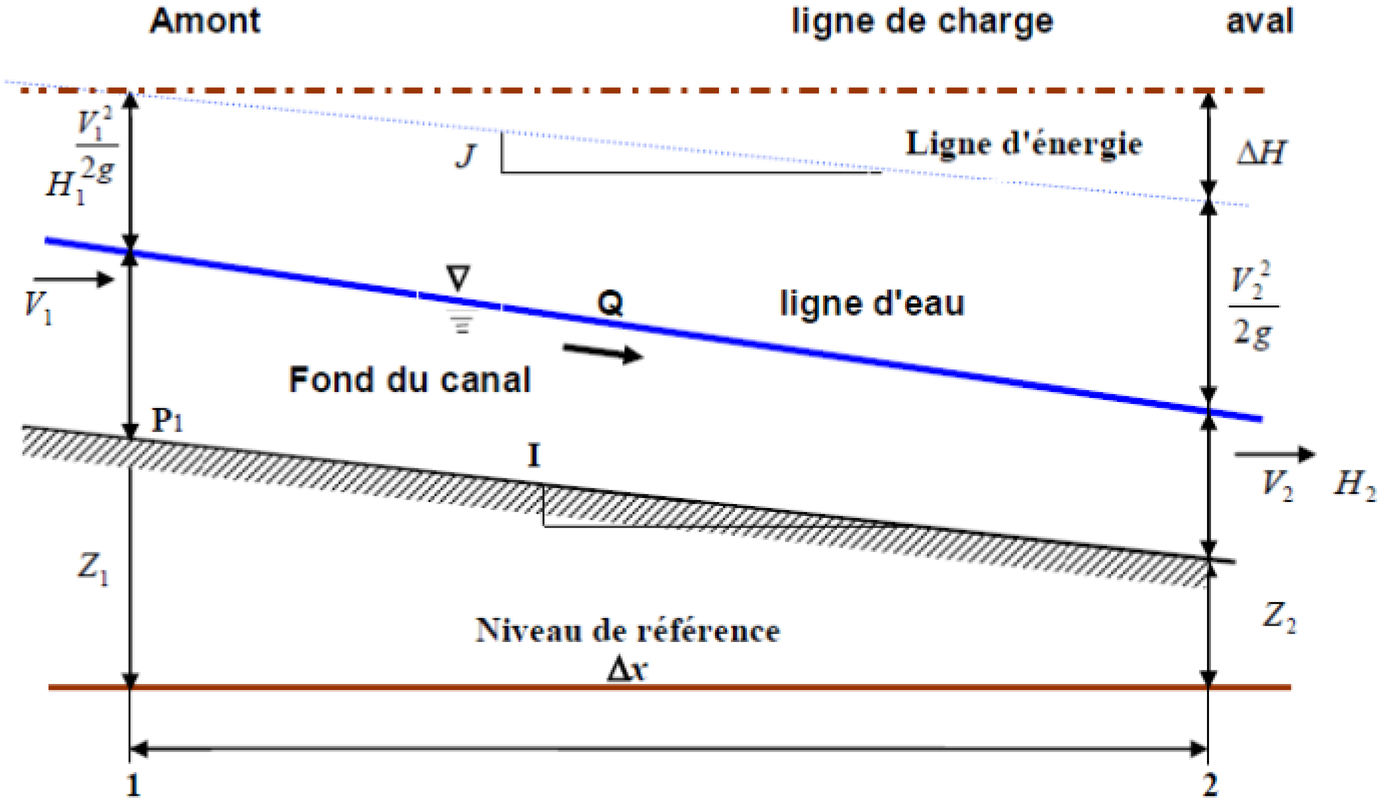
- ***Les dimensions, les formes, la rugosité, la pente du canal varient faiblement sans brusquerie.***

- ***Le tirant d'eau varie faiblement.***

1. Equation de ligne d’eau, tirant d’eau normal:

Supposons connues la géométrie et la rugosité du canal ainsi que la valeur du débit permanent.

Nous cherchons la ligne d’eau, c’est-à-dire la relation entre le tirant d’eau et l’abscisse.



$$\frac{dH}{dx} = \frac{I - \frac{Q^2}{C^2 S^2 R_h}}{1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}} = \left\{ I \, \frac{1 - \frac{(\frac{Q}{S})^2}{C^2 Rh\, I}}{1 - \frac{(\frac{Q}{S})^2}{\frac{gS}{B}}} \right\}$$

Cette équation est une équation différentielle du premier ordre.
Elle nous permet de déterminer la profondeur d'eau, $\boldsymbol{h(x)}$ en fonction de la distance $(\boldsymbol{x})$ pour un débit $\boldsymbol{Q}$ donné.

A noter que cette équation est l'équation simplifiée de Barré de Saint Venant, elle est valable pour les canaux prismatiques et non prismatiques.

Le problème qui se pose dans l'étude des écoulements graduellement variés est la détermination de la position $\boldsymbol{x}$ et la forme $\boldsymbol{h(x)}$, de la surface libre, pour un débit Q et une forme géométrique donnée (section **A**).
Pour un canal donné les arguments $\boldsymbol{C}, \boldsymbol{S}$ et $\boldsymbol{R_h}$ sont des fonctions de $\boldsymbol{x}$ et de $\boldsymbol{h}$**.**

1. Régime critique:

✓ ***Hauteur critique:***

Pour un débit, il existe, indépendamment de la pente du canal, une hauteur $\boldsymbol{hc}$ que l'on peut calculer à partir de l'équation. La difficulté de calcul dépend de l'expression de **S**.

Pour un canal à section rectangulaire.

$$\boldsymbol{S = B * hc}, et\ \boldsymbol{B = b}$$

D'où: $\boldsymbol{\frac{Q^2}{g} = \frac{b^2 * hc^3}{b}}$ donc:

$$\boldsymbol{hc = (\frac{Q^2}{gb^2})^{\frac{1}{3}}}$$

Soit encore:

$$\boldsymbol{hc = (\frac{q^2}{g})^{\frac{1}{3}}}$$

Ou: $\boldsymbol{q}$ est le débit par unité de largeur du canal $\boldsymbol{B}$, appelé débit unitaire:

$$\boldsymbol{q = \frac{Q}{b}}$$

✓ ***Pente critique:***

Une fois la profondeur critique déterminée, on peut aussi calculer la pente d'écoulement pour laquelle un débit donné coulera à la hauteur critique, avec $\boldsymbol{hc}$ on calcule $\mathbf{S}\boldsymbol{c}$ et $\boldsymbol{R_{hc}}$et l'on tire de l'équation de Manning la pente correspondante.

Dans le mouvement graduellement varié, les pentes et la courbure de la surface libre sont très faibles et on peut affirmer que la distribution des pressions obéit à une loi hydrostatique.

Afin de faciliter l'interprétation qualitative des courbes de remous, on propose de modifier l'équation des courbes de remous dans le cas d'un canal rectangulaire très large **h<< L**

Dans le cas où : la pente est inférieure à la pente critique : **I < Ic => hn > hc**.

Dans le cas où : la pente est supérieure à la pente critique : **I > Ic => hn < hc**.

	$I<I_c$	Canaux à pente faible
$I>0$	$I>I_c$	Canaux à pente forte
	$I=I_c$	Canaux à pente critique
$I=0$		Canaux à pente zéro
$I<0$		Canaux contre pente

une fois la profondeur critique déterminée, on peut aussi calculer la pente d'écoulement pour laquelle un débit donné coulera à la hauteur critique, avec $\boldsymbol{hc}$ on calcule $\boldsymbol{Sc}$et $\boldsymbol{R_{hc}}$et l'on tire de l'équation de Manning la pente correspondante:

$$\boldsymbol{I_C = \frac{n^2 Q^2}{a^2 S_c^2 R_{hc}^{4/3}}}$$

2. calcul de la hauteur normale:

Pour un débit donné et une pente de canal fixée, l'écoulement s'effectue avec une certaine hauteur d'eau, appelée hauteur normale $\boldsymbol{hn}$.

En comparant cette hauteur d'eau avec la hauteur critique, qui n'est pas fonction de la pente du canal, on est en mesure de déterminer si l'écoulement est fluvial, critique ou torrentiel.

Cette information sera très utile lorsque l'on voudra évaluer les écoulements variés. Le principe de base du calcul de la hauteur normale consiste à résoudre une équation d'écoulement en termes de débit (Chézy, Manning ou autre).

De telle sorte que seule la profondeur soit inconnue.

Résolution de l’équation de la ligne d’eau:

Dans l’écoulement graduellement varié, l’équation de la surface d’eau permet de tracer les formes de la surface libre (ligne d’eau), par les différents cas possibles, le calcul et la Construction exacte de ces formes nécessitent l’intégration de cette équation :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}}$$

Ce qui implique que le débit, la pente du lit, ainsi que la rugosité sont connus. Toutefois on ne connaît pas la cote de la surface libre ou bien la profondeur d'eau. Par conséquent, les variables sont l’abscisse x et la profondeur h correspondante. L’intégration de l’équation différentielle du mouvement graduellement varié conduit à une intégrale indéfinie. Il faudra donc connaître les caractéristiques de l’écoulement dans une section référentielle ou de contrôle où il existe une relation univoque entre le débit Q et la profondeur d’eau h.

Dans le cas général on utilise diverses méthodes mathématiques ou graphiques tel que:

-Méthodes itératives.

2-Méthodes par intégration directe.

3-Méthodes par intégration graphique.

l’application de ces méthodes de calcul ne donnera un résultat de l’équation de la ligne d’eau à un constant pré. Il est toutefois évident que la position de cette ligne par rapport au fond du canal est unique n’est pas arbitraire ; pour lever l’indétermination il faudra obligatoirement connaitre l’un de ces points ; appelé point de repère, ou de contrôle, sera généralement calculable à partir des propriétés hydrauliques de la singularité qui est à l’origine de mouvement graduellement varié considéré.

Méthodes par intégration directe:

le but de cette méthode est de rendre l'équation différentielle du mouvement graduellement varié intégrable en utilisant des fonctions pour représenter les variables de cette équation:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}}$$

Le membre à droite de cette l'équation est une fonction de la profondeur, h, de sorte qu'une relation de dx du type :

$$dx = f(h)dh$$

Est une équation différentielle à variables séparées. Par intégration entre deux sections 1 et 2 on obtient:

$$x_2 - x_1 = \int_{h_1}^{h_2} f(h)dh$$

Résoudre analytiquement cette intégrale est difficile car le deuxième membre de l'équation est une expression complexe.

Dans certains cas simples L’intégrale est possible ; tel qu’un canal rectangulaire de largeur importante ou canal parabolique. On utilise la méthode de Bresse ou de Tolkmitt pour ces deux derniers cas. Alors, pour les autres sections du canal, des méthodes ont été développées par Bakhmeteff (1932) et par Chow (1959).

- .Méthode de Bresse:
- La méthode de Bresse qui est une méthode simple et rapide, s'applique aux cours d'eau avec un lit très large par rapport à la profondeur (canaux rectangulaires de largeur infinie). Pour un canal rectangulaire de largeur importante (b >> h) où h ≅Rh, en introduisant le débit par unité de largeur q = Q/b, I et J sont calculés en utilisant la formule de Chézy :
- $I = \frac{V^2}{C^2 R_h} = \frac{Q^2}{C^2 h_n S^2} = \frac{Q^2}{C^2 h_n (b h_n)^2} = \frac{q^2}{C^2 h_n^3 b^2}$

$$I = \frac{q^2}{C^2 h_n^3}$$

- $J = \frac{V^2}{C^2 R_h} = \frac{Q^2}{C^2 h S^2} = \frac{Q^2}{C^2 h (bh)^2} = \frac{q^2}{C^2 b^2 h^3}$
- Par substitution des équations (11, 12, 13) dans l'équation (III.9), nous obtenons la formule de Bresse :
- $\frac{dh}{dx} = I.\frac{h^3 - h_n^3}{h^3 - h_c^3}$
- Pour intégrer cette équation, Bresse effectue l'analyse suivante :

$$Idx = \frac{h^3 - h_c^3}{h^3 - h_n^3} dh$$

$$Idx = dh + \frac{1 - \frac{h_c^3}{h_n^3}}{\frac{h^3}{h_n^3} - 1} dh$$

- En posons:
- ${}^{h}/_{h_n} = \eta$
- *D'où:*
- $dh = h_n d\eta$

On écrit l'équation comme suit:

$$Idx = h_n d\eta h_n (1 - \frac{h_c^3}{h_n^3}) \frac{d\eta}{\eta^3 - 1}$$

Posons:

$$\phi(\eta) = -\int \frac{d\eta}{\eta^3 - 1}$$

En intégrant la relation (16) entre deux sections d'abscisse x0 et x1, on obtient une formule qui est fonction de : hn, hc, I, η.

- $X_1 - X_0 = \left[(\eta_1 - \eta_0) - \left(1 - \frac{h_c^3}{h_n^3}\right)(\phi(\eta_1) - \phi(\eta_0))\right]$

Pour utiliser cette équation il faut connaitre les valeurs de $\phi(h/h_n) = \phi(\eta)$

Appelée fonction de Bresse.

$$\phi(\eta_3) = -\int \frac{d\eta}{\eta^3 - 1} = \frac{1}{6}\ln\left(\frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta - 1)^2}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}}\ arc\ cotg\ (\frac{2\eta + 1}{\sqrt{3}})$$

Pour les différentes valeurs de : $\eta = h/h_n$

Le nombre 3 est l'exposant hydraulique.

Méthode de calcul:

1. On connait le débit Q, (donc le débit unitaire $q = Q/b$), la pente du canal I, sa rugosité, la nature et les caractéristiques hydrauliques de la singularité qui entraine la formation du remous.(donc la profondeur h_0 de la section de contrôle).
2. On calcul $h_c$et h_n et par comparaison entre ces deux grandeurs on détermine la classe de la courbe de remous. Et pour déduire sa branche (région), on compare la profondeur h_0 à $h_n$et h_c

.$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$ $h_n = \sqrt[3]{\frac{q^2}{C^2 I}}$

3- on choisit une section d'abscisse x0 qui correspond à h0, et on Calcul η0 = $h0$ hn Et d'après le tableau (III.1) on tire la valeur de Φ(η) 0.

- 4-On choisit une profondeur, h1, peu différente de h0 et on calcule η1 = $h1\ hn$ d'où Φ(η)
- 5- On remplace les valeurs de : hc, hn, x0, 0 η ,1 η, Φ(η) 0, Φ(η) 1 dans l'équation (18), on obtient l'abscisse x1.
- 6- On recommence les mêmes calculs, en prenant x1 comme une nouvelle section de départ et ainsi de suite jusqu'à la section xi qui est déterminée en fonction des conditions aux limites.

- Méthode de Bakhmeteff:
- La méthode de Bakhmeteff est une des méthodes les plus utilisées pour les canaux à section transversale quelconque. Elle est assez longue est assez précise si l'on adopte des intervalles d'intégration suffisament petits. Bakhmeteff introduit la fonction débitante, K, qui ne dépend que de la section du canal, c'est-à-dire $S, R_h, n. K$ est définie par:
- $K = K(h) = CS\sqrt{R_h}$

Pour un écoulement uniforme, cette relation devient:

$$K_n = K(h_n) = C_n S_n \sqrt{R_{hn}}$$

- Il s’avère que K_n peut s’écrire sous la forme:

$$K_n = \frac{Q}{\sqrt{I}} \Rightarrow I = \frac{Q^2}{K_n^2}$$

De meme pour la profondeur h:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{J}} \Rightarrow J = \frac{Q^2}{K^2}$$

L’expression du dénominateur de l’équation   prend la forme:

$$1 - \frac{Q^2 B}{gS^2} = 1 - IK_n^2 \frac{B}{gS^2}$$

Soit I_c la pente critique à laquelle le régime est à la fois critique et uniforme. Pour cette pente on peut écrire:

$$\frac{Q^2 B}{gS^3} = 1 \Rightarrow \frac{B}{gS^3} = \frac{1}{Q^2} = \frac{1}{C^2 S^2 R_h I_c}$$

$$\frac{B}{gS^3} = \frac{1}{K^2 I_c}$$

En remplacant l'equation dans l'equation on obtient:

$$1 - \frac{Q^2 B}{gS^2} = 1 - \frac{K_n^2 I}{K^2 I_c}$$

Par substitution des équation dans l'équation différentielle on obtient:

$$\frac{dh}{dx} = I \frac{1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2}{1 - \frac{I}{I_c}\left(\frac{K_n}{K}\right)^2}$$

- La débitance K peut etre exprimée par une loi en puissance:
- $K^2 = C^{te} h^n$
- N:étant l’exposant hydraulique qui dépend de la géométrie du canal. Pour un canal trapézoïdal :
- 3 < N < 4.
- Le rapport $\left(\frac{K_n}{K}\right)^2 = \left(\frac{h_n}{h}\right)^n$s’écrit alors :
- Posons:
- $\frac{I}{I_c} = \beta$
- Le rapport variant peu en fonction de la profondeur h dans un tronçon, (constant pour un intervalle d’intégration suffisamment petit), est considéré constant. L’équation (27) devient ainsi :

- $\frac{dh}{dx} = I \frac{1-\left(\frac{h_n}{h}\right)^n}{1-\beta\left(\frac{h_n}{h}\right)^n}$
- Cette relation est l’équation de Bakhmeteff, Elle est une généralisation de l’équation de Bresse(14).
- De manière analogue à la méthode de bresse on pose:
- $\frac{h}{h_n} = \eta$
- D’où:
- $dh = h_n d\eta$

L’équation s’écrit donc:

$$dx = \frac{h_n}{I}\left[1 + \frac{1-\beta}{\eta^n - 1}\right] d\eta$$

Par intégration entre deux sections d'abscisse $x_0 \ et \ x_1$, avec N et β constants, on aura:

$$x_1 - x_0 = \frac{h_n}{I}[(\eta_1 - n_0)(1-\beta)(\phi(\eta_1, n) - \phi(\eta_0, n))]$$

L'intégrale de Bakhmeteff est/

$$\phi(\eta, n) = -\int \frac{d\eta}{\eta^n - 1}$$

Bakhmeteff a fourni un tableau donnant les valeurs de $\phi(\eta, N)$ pour différentes valeurs de N. Dans le cas où $N \ = \ 3$, l'exposant hydraulique est celui utilisé dans l'équation de Bresse. Bakhmeteff a également proposé une méthode simplifiée dans laquelle on néglige l'influence de la variation d'énergie cinétique. Cela revient à admettre que $\beta \ = \ 0$. Toutefois, cette méthode simplifiée n'est recommandée que pour la courbe de remous de type M1.

- Calcul de l'exposant hydraulique,N:

D'après la relation on écrit:

$$2\log K = \log C^{te} + N\log h$$

$$2\log K = \frac{1}{2}\log C^{te} + \frac{N}{2}\log h$$

On trace sur un papier bi logarithmique la courbe : $\log K = f\ (\log h)$. Pratiquement, cette courbe est assimilable à une droite dont la pente tgα donne :

$$N = 2\ tg\alpha$$

- Utilisation pratique de la méthode de bakhmeteff:
- - On calcule $h_n, h_c\ et\ \beta$.
- 2- On choisit une section d'abscisse $x_0$qui correspond à h_0, et on calcul $\eta_0 \ = \ \frac{h_0}{h_n}$et d'après le tableau (Shterenlikht et al) on tire la valeur de $\Phi\ (\eta_0, N)$.
- 3- On choisit une profondeur, h_1, peu différente de h_0 et on calcul $\eta_1 \ = \ \frac{h_1}{h_n}$d'où $\Phi\ (\eta_1, N)$.
- 4- On remplace les valeurs de :h_c, β, h_n,$x_0, \eta_0, \eta_1, \Phi\ (\eta_0, N), \Phi\ (\eta_1, N)$..,dans l'équation (29), on obtient l'abscissex_1.
- 5- On recommence les mêmes calculs, en prenant $x_1$comme une nouvelle section de départ et ainsi de suite jusqu'à la section i qui est déterminée en fonction des conditions aux limites.

(1) Chapitre II : Etude des régimes permanents graduellement variés - Equation différentielle des lignes d'eau (Méthodes de Bresse, Bakhmeteff, différences finies).

Ce chapitre est crucial pour comprendre les écoulements non uniformes dans les canaux ouverts.

Voici un aperçu des points essentiels à aborder :

1. Introduction aux régimes graduellement variés.

- Définition : Distinction entre écoulements uniformes et non uniformes (graduellement variés avec brusquement variés).

- Hypothèses : Hypothèse de régime permanent et graduel (pentes douces, absence de phénomènes transitoires, etc).

- Applications : Écoulements dans les rivières, les canaux d'irrigation, les déversoirs, etc.

2. Équation différentielle des lignes d'eau

- Formulation mathématique :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - (Q^2/(gA^3))\frac{dA}{dy}}$$

- y : profondeur de l'eau.
- x : abscisse longitudinale.
- S_0 : pente du canal
- S_f : pente de la ligne d'énergie (calculée à partir des pertes par frottement)
- Q : débit volumique.
- A : aire de la section mouillée.
- g : accélération de la pesanteur.

- Classification des profils d'écoulement : classification M1, M2, M3 (pour les canaux avec pente douce) et S1, S2, S3 (pour les pentes raides).

3- Méthodes de résolution :

Méthode de Bresse :

- Principe : Résolution analytique approximative de l'équation différentielle.
- Approche : Bresse propose une approximation linéaire ou une méthode graphique pour obtenir la forme de la ligne d'eau.

Méthode de Bakhmeteff :

- Principe : Approximation analytique simplifiée de la ligne d'eau.
- Hypothèse clé : L'énergie spécifique et la profondeur critique jouent un rôle important dans la classification des profils.

. Application : Permet une estimation plus rapide du profil de la ligne d'eau.

2

Méthode des différences finies :

. Principe : Résolution numérique de l'équation différentielle.

. Approche :

- Discrétisation de l'équation sur un maillage $(x_0, x_1, x_2, ---, x_n)$ le long de l'axe du canal.

- Calcul itératif de y_{i+1} à partir de y_i en utilisant des méthodes explicites (Euler) ou implicites (Runge-Kutta, par exemple).

. Avantage : Méthode générale applicable à des géométries complexes.

. Inconvénients : Besoin de calcul numérique.

4 - Application pratiques et exemples.

. Exemple d'application : Calcul de la ligne d'eau dans un canal Trapézoïdal ou rectangulaire.

. Utilisation de logiciels : HEC-RAS ou des programmes personnalisés en Python ou MATLAB

5 - Exercice et études de cas :

. Exercice pratique :

. Calcul de la profondeur critique et de la pente critique.

. Application des méthodes de Bresse,

Bakhmetêff et des différences finies sur des canaux simples.

• Utilisation de HEC-RAC pour la simulation des profils d'eau.

Méthode de Bresse :

La méthode de Bresse est une méthode semi-analytique utilisée pour tracer les lignes d'eau des écoulement graduellement variés. Cette méthode est utile lorsque l'on souhaite obtenir une approximation rapide et visuelle de la ligne d'eau sans passer par des méthodes numériques complexes. (3)

1- Principe de la méthode de Bresse :

La méthode de Bresse repose sur l'idée d'approcher la forme de la ligne d'eau à l'aide d'une équation simplifiée. Plutôt que de résoudre directement l'équation différentielle non linéaire, la méthode suppose que la variation de la profondeur de l'eau $y(x)$ le long du canal suit une forme logarithmique ou exponentielle simplifiée.

Hypothèse principale :

- La variation de $y(x)$ par rapport à x est lente (hypothèse de régime graduellement varié).
- La pente de la ligne d'eau est approximée par rapport entre la différence des pentes ($S_0 - S_0$) et la distance.

2- Équation de la méthode de Bresse :

Pour un canal prismatique, l'équation différentielle générale est :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \left(\frac{Q^2}{gA^3}\right)\frac{dA}{dy}}$$

La méthode de Bresse propose de simplifier une équation en utilisant les concepts de profondeur normale (y_n) et profondeur critique (y_c).

Forme simplifiée de l'équation de Bresse:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2}$$

Avec:

- F = Nombre de Froude $= \frac{V}{\sqrt{gy}}$
- V = Vitesse de ~~l'eau~~ l'écoulement
- S_0 = pente du canal.
- S_f : pente de ligne d'énergie (en fonction de la formule de Manning ou de Chezy).

Equation différentielle générale de la ligne d'eau:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \left(\frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy}\right)}$$

- $\frac{dy}{dx}$ = pente de la ligne d'eau Variation de la profondeur y par rapport à x)
- S_0 = pente du fond du canal.
- S_f = pente de ligne d'énergie (pente de frottement), calculée par la formule de Manning ou de Chezy
- Q : débit Volumique d'écoulement (cste)
- g : accélération due à la gravité
- A : Section mouillée du canal (fonction de la profondeur y).

- Classification du profil d'écoulement :

• Type $M_1, M_2, M_3, S_1, S_2, S_3$ selon la position de y par rapport à y_n et y_c.

3 - Application des formules de Bresse :

• Tracer la pente de la ligne d'eau en utilisant la forme simplifiée. (4)

• La pente est plus douce au débit (quand y est proche de y_n) et augmente au fur et à mesure que la profondeur se rapproche de y_c.

4 - Utilisation des abaques de Bresse :

• Des Tables ou abaques permettent de déterminer les coordonnées (x, y) de la ligne d'eau à partir de y_n, y_c et de la pente S_0.

• Ces abaques simplifient le travail sans avoir à résoudre l'équation analytique.

4 - Résolution analytique de Bresse :

Dans certains cas, la ligne d'eau peut être approchée analytiquement. Pour un canal prismat[ique] l'approche de Bresse consiste à linéariser l'équa[tion] en considérant une variation logarithmique de la profondeur :

$$\ln\left(\frac{y - y_c}{y_n - y_c}\right) = -Kx$$

calcul de y_n :

utilisée avec la formule de Manning :

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S_0^{1/2}$$

où n est le coefficient de rugosité de Manning, A la section mouillé, R le rayon hydraulique $R = A/P$ (P est le périmètre mouillé), S_0 la pente du fond

Profondeur critique y_c

calcul de y_c :

La relation entre la profondeur critique, le débit et la largeur du canal b (pour un canal rectangulaire) est $Q^2 = gA^3/b$

Pour un canal rectangulaire, on peut simplifier :

$$y_c = \left(\frac{Q^2}{gb^2}\right)^{1/3}$$

3- Méthode graphique de Bresse :

La méthode graphique est utilisée pour tracé la ligne d'eau sans calcul numérique. Voici les étapes clés :

1- Définition des profondeurs clés :

- Profondeur critique y_c : Calculée à partir de $Fr = 1$
- Profondeur normale y_n : Déduite de l'équation de Manning ou Chezy.

coulement uniforme :

- La hauteur (profondeur) critique :

$$h_c = \left(\frac{Q^2}{g b^2}\right)^{1/3}$$

canal prismatique (section cste)

1_ Un écoulement graduellement varié : changement graduel de la profondeur de l'écoulement.

2_ Un écoulement rapidement varié : changement brusque et rapide de la profondeur.

I et J ne sont pas égales

La pente de la ligne d'énergie // de la ligne d'eau

L'écoulement non uniformes lorsque le canal est non uniforme (sa géométrie et/ou sa rugosité sont variable

- Un écoulement graduellement varié est obtenu lorsque :

- Les dimensions, les formes, la rugosité, la pente du canal varient faiblement sans brusquerie.

- Le tirant d'eau varie faiblement.

$$\frac{dH}{dx} = \frac{I - \dfrac{Q^2}{C^2 S^2 R_h}}{1 - \dfrac{Q^2 B}{g S^3}} = \left\{ I \cdot \frac{1 - \dfrac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2}{C^2 R_h I}}{1 - \dfrac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2}{\frac{gS}{B}}} \right\}$$

Les canaux prismatique et non prismatiques

cette équation est une équation différentielle du premier ordre.

Elle nous permet de déterminer la profondeur d'eau $h(x)$ en fonction de la distance (x) pour un déb. Q donné :

Le problème qui se pose dans l'étude des écoulements graduellement variés et la détermination de la position z et la forme h(x) de la surface libre pour un débit Q et une forme géométrique donnée (section A)

canal Rectangulaire $S = B \times h_c$ et $B = b$

d'où : $\frac{Q^2}{g} = \frac{b^2 \times h_c^3}{b}$ donc

$$h_c = \left(\frac{Q^2}{g b^2}\right)^{1/3}$$

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$

q est le débit par unité de largeur du canal B appelé débit unitaire $q = \frac{Q}{b}$

ESIAI

ECOLE SUPÉRIEURE D'INGÉNIERIE APPLIQUÉE ET INNOVATION

Filière: 1ère année Cycle Ingénieur

Hydraulique à surface libre

TALBI Hind

E-Mail: talbihind14@gmail.com

Année de formation: 2024-2025

Chapitre 3: détermination numérique des courbes de remous

Classification des courbes de remous:

Les courbes de remous peuvent être classées en fonction des valeurs respectives de la hauteur d'eau h, de la hauteur normale h_n, et de la hauteur critique h_C.

La hauteur normale correspond à la hauteur de l'écoulement lorsque permanent et uniforme. La hauteur critique est la hauteur de l'écoulement pour laquelle le nombre de Froude égal 1

Les différents cas de formation des courbes de la surface libre du courant, sont déterminés par le rapport des profondeurs réelles aux profondeurs normales et critiques.

Pour la pente positive on admet 8 variantes des courbes.

Il existe trois cas de rapport des profondeurs lorsque la forme de la section transversale du lit et le débit sont donnés.

Analyse de l'équation différentielle du mouvement graduellement varie :

Cette étude se déduit de l'équation:

$$\boxed{\frac{dh}{dx} = \frac{I-J}{1-\frac{Q^2 B}{gS^3}} \qquad (1)}$$

le premier membre de cette équation, $\frac{dh}{dx}$, représente la pente de la ligne d'eau rapportée au fond du canal.

Le second membre peut prendre un certain nombre de valeurs caractéristiques :

❖le numérateur s'annule pour I=J donc $\frac{dh}{dx}=0$ c'est-à-dire qu'on est en régime uniforme.

Donc la profondeur normale est la solution de l'équation (1) ce qui revient à dire que la profondeur réelle est forcément la profondeur normale. Par contre en régime non uniforme, si la pente est négative, il ne peut exister de profondeur normale.

Enfin si la pente est positive, la profondeur d'eau réelle n'a aucune raison d'être égale à la profondeur normale.

- Le dénominateur s'annule pour $\frac{Q^2}{g} = \frac{S^3}{B}$, ce qui correspond à l'énergie spécifique minimale et à la profondeur d'écoulement critique.

Par conséquent on ne peut pas écrire l'équation différentielle de l'écoulement graduellement varié. On dit dans ce cas qu'au voisinage du niveau critique, l'écoulement n'est pas graduellement varié du fait de la forte courbure des filets liquides.

Dans ce cas la profondeur critique permet de distinguer les types d'écoulement suivants:

- $\frac{\delta E}{\delta h} = 0$ pour $h = h_c$: régime critique.
- $\frac{\delta E}{\delta h} > 0$ pour $h > h_c$: régime fluvial.
- $\frac{\delta E}{\delta h} < 0$ pour $h < h_c$: régime torrentiel.

Avant de procéder à l’étude systématique de l’équation (1) ,il nous faut encore définir les conventions et symboles utilisés pour la représentation et le repérage de la ligne d’eau.

Le tableau ci-dessous présente les symboles utilisés, ainsi que les différents types de pente en fonction de $h_n$et h_c.

Type de pente	**I**	h_n	h_c	h_n**et** h_c	**Type de courbe (notation anglais)**
Canal à forte pente	**I>**I_c	**Valeur finie**	**Valeur finie**	$h_n < h_c$	**S** : ***Steep***
Canal à faible pente	**0<I<**I_c	**Valeur finie**	**Valeur finie**	$h_n > h_c$	**M** : **Mild**
Canal à pente critique	**I=**I_c	**Valeur finie**	**Valeur finie**	h_n**et** h_c	**C** : **Critical**
Canal Horizontal	**I=0**	**Infinie**	**Valeur finie**	-	**H** : **Horizontal**
Canal à contre pente	**I<0**	**Inexistant**	**Valeur finie**	-	**A** : **adverse**

Chaque classe de courbe est représentée par une lettre majuscule dépendant de la pente. A l’intérieur de chaque classe on représentera par un chiffre allant de **1** à **3** la région susceptible d’être occupée par la ligne d’eau.

En effet, les droites $\boldsymbol{N_n}$(niveau normal) et $\boldsymbol{N_c}$ (niveau critique) séparent l’espace en trois régions numérotées de **1** à **3** en allant de la surface vers le fond.

La région **1** sera donc celle située au-dessus de $\boldsymbol{N_n}$ et $\boldsymbol{N_c}$, la région **3** au dessous et la région **2** entre $\boldsymbol{N_n}$ et $\boldsymbol{N_c}$.

Finalement on peut dire que la classe de la ligne d’eau (**M,S,C,H,A**)

Dépend du caractère du cours d’eau et la région (**1,2,3**) dépend des grandeurs relatives de $\boldsymbol{h}$, $\boldsymbol{h_n}$ et $\boldsymbol{h_c}$, c’est-à-dire du régime.

L’étude de l’équation $\frac{dh}{dx} = \frac{I-J}{1-\frac{Q^2 B}{g S^3}}$, nous permet de préciser les formes générales des lignes d’eau (courbes de remous) et de les classer.

1. <u>*Courbes de remous type M :*</u>

Ces courbes répondent aux inégalités suivantes: $\boldsymbol{I<I_c}$ et $\boldsymbol{h_n>h_c}$, ce qui correspond à un écoulement fluvial.

Trois cas peuvent se produire:

- **Courbe $\boldsymbol{M_1}$**: qui correspondant aux conditions suivantes:

$$\boldsymbol{h > h_n > h_c, I > J, F_r < 1,} \qquad \boldsymbol{\frac{dh}{dX} > 0}$$

Lorsque $\boldsymbol{h \to h_n, I \to J}\ \ et \qquad \boldsymbol{\frac{dh}{dX} \to 0}$

Ça signifie que la courbe $\boldsymbol{M_1}$ se raccorde asymptotiquement en amont au niveau de la profondeur normale.

Lorsque $\boldsymbol{h} \to \infty$ et $\frac{\boldsymbol{dh}}{\boldsymbol{dx}} \to \boldsymbol{I}$, la ligne d'eau tend vers l'horizontale.

La courbe $\boldsymbol{M_1}$ est une courbe de remous d'exhaussement (courbe concave et ascendante), elle correspond à un mouvement graduellement retardé.

En amont, cette courbe tend asymptotiquement vers le niveau de la profondeur normale . Elle peut donc dans cette région se propager en amont à une distance infiniment longue.

En aval, elle tend asymptotiquement vers l'horizontale.

Une telle situation se produit:

- En amont d’un barrage.
- Dans certains cas de variation brusque de la pente.

Le calcul de ce type de courbes se fait de l’aval vers l’amont.

du point de vue pratique c’est la courbe M1 qui offre le plus d’intérêt.

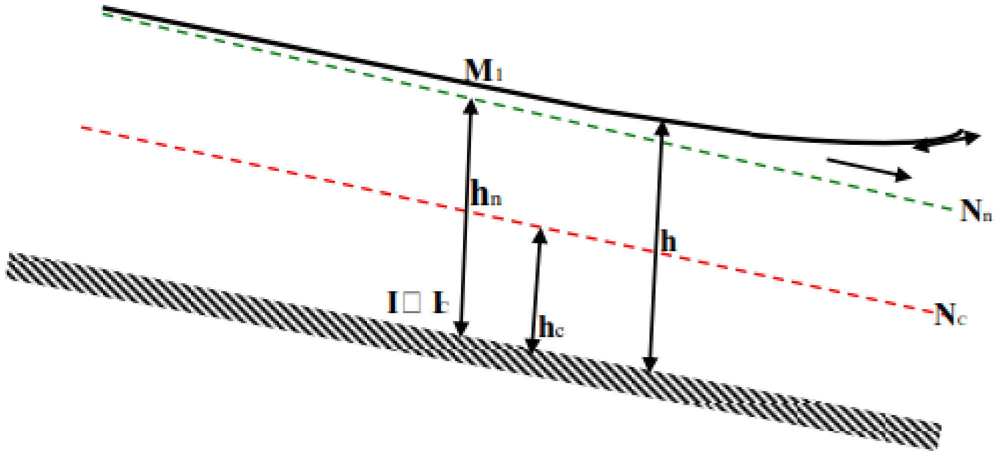


Figure1. Branche M_1 (remous d’exhaussement)

➢**Courbe M_2**: qui correspondant aux conditions suivantes:

$$h_c < h < h_n, I < J, F_r < 1, \qquad \frac{dh}{dX} > 0$$

Lorsque $h \rightarrow h_n, I \rightarrow J\ et\ \frac{dh}{dx} \rightarrow 0$ ce qui signifie que la courbe M_2 tend asymptotiquement à l'amont vers le niveau de la profondeur normale.

Lorsque $h \rightarrow h_c$ **et** $\frac{dh}{dx} \rightarrow -\infty$, ce la signifie que la ligne d'eau franchit perpendiculairement la profondeur critique.

La courbe $\boldsymbol{M_2}$: est une courbe de remous d’abaissement (courbe convexe descendante) qui correspond à un mouvement graduellement accéléré.

En amont, cette courbe se raccorde asymptotiquement au niveau de la profondeur normale et décroit en aval pour tendre perpendiculairement vers la profondeur critique. Dans ce cas les vitesses ne sont plus parallèles au fond du canal et leurs composantes transversales ne sont plus négligeables.

La courbe $\boldsymbol{M_2}$: se rencontre :

- En amont d'une augmentation de pente.
- En amont d'une chute brusque.
- En amont d'un élargissement.

Le calcul de $\boldsymbol{M_2}$: se fait de l'aval vers l'amont, elle représente le passage d'un écoulement permanent uniforme à travers une section critique.

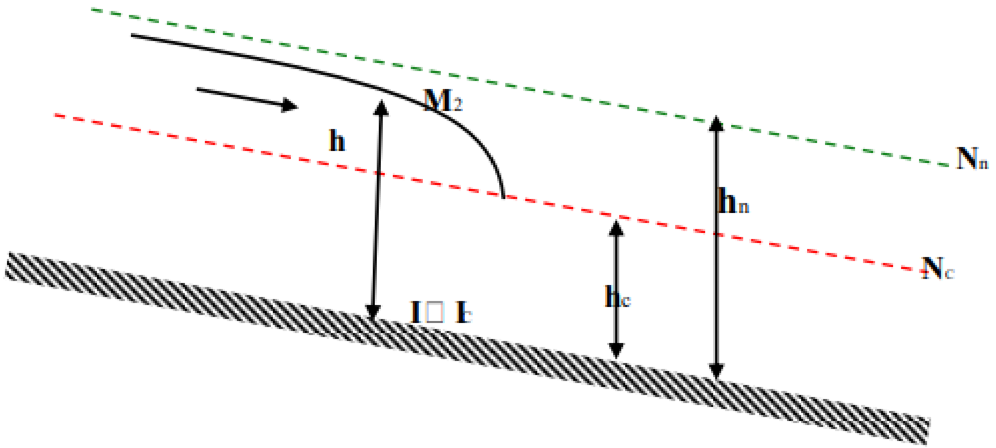


Figure 2. Branche $\boldsymbol{M_2}$ (remous d'abaissement)

➢**Courbe M_3**: correspondant aux conditions suivantes :

$$h < h_c < h_n, I < J, F_r > 1, \frac{dh}{dx} > 0$$

Lorsque $h \to h_c, \frac{dh}{dx} \to +\infty$ ce la signifie que la ligne d’eau franchit perpendiculairement la profondeur critique.

Lorsque $h \to 0$ le dénominateur de l’équation de la ligne d'eau tend vers -□ et le numérateur tend aussi vers -∞ car:

$$J = \frac{Q^2}{C^2 R_h^2 S^2} \to +\infty$$

Donc on peut écrire :

$$\frac{\boldsymbol{dh}}{\boldsymbol{dx}}=\frac{\boldsymbol{J}}{\frac{\boldsymbol{Q^2B}}{\boldsymbol{gS^3}}}=\frac{\frac{\boldsymbol{Q^2}}{\boldsymbol{c^2R_hS^2}}}{\frac{\boldsymbol{Q^2B}}{\boldsymbol{gS^3}}}=\frac{\boldsymbol{gS}}{\boldsymbol{C^2R_hB}}=\frac{\boldsymbol{gP}}{\boldsymbol{C^2B}}>\boldsymbol{0}$$

Ce qui signifie que la ligne d’eau coupe le fond du canal suivant un angle fini.

Lorsque $\boldsymbol{h}\rightarrow-\infty,\frac{\boldsymbol{dh}}{\boldsymbol{dx}}\rightarrow\boldsymbol{I}$ ce la implique que très loi en amont la courbe $\boldsymbol{M_3}$ tend asymptotiquement vers l’horizontale.

La courbe $\boldsymbol{M_3}$: est une courbe de remous d'exhaussement (courbe concave ascendante) qui correspond à un mouvement graduellement retardé ; elle conduit au ressaut proche de la profondeur critique permettant de passer du régime torrentiel au régime fluvial.

La courbe $\boldsymbol{M_3}$ se rencontre :

- A la sortie des vannes de fond d'une hauteur inférieure à la profondeur critique.
- En aval des barrages déversoirs.
- Dans certaines variations de pente.
- Lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente faible.

Le calcul de $\boldsymbol{M_3}$ se fait de l'amont vers l'aval.

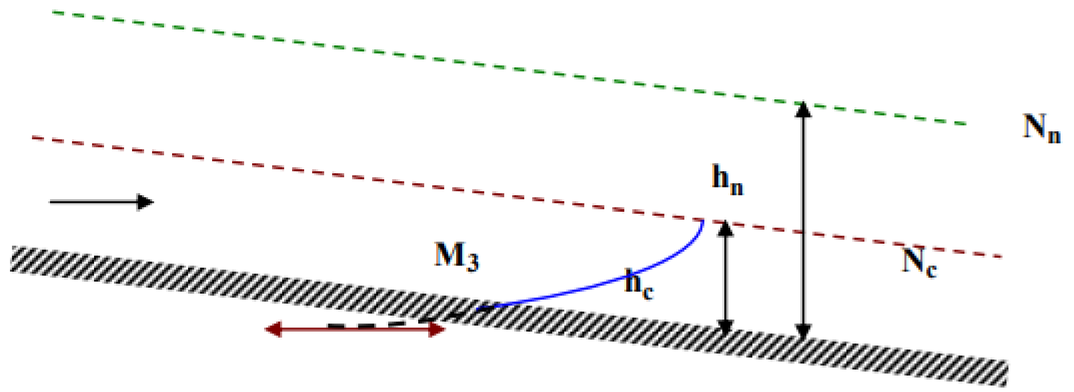


Figure 3. Branche $\boldsymbol{M_3}$ (courbe de remous d'exhaussement)

on peut présenter les différents cas pouvant être envisagés pour un canal dont la pente.

$\boldsymbol{I < I_c}$(**courbe M**) dans le tableau suivant :

Valeur de h	$I - J = I - \frac{Q^2 B}{C^2 R_h S^2}$	1-$\frac{Q^2 B}{g S^3}$	$\frac{dh}{dX}$	Courbe
$h = +\infty$	I	1	I	Horizontale
$h_n < h < +\infty$	>0	>0	>0	De type M_1
$h = h_n$	0	>0	0	Parallèle au fond
$h_c < h < h_n$	<0	>0	<0	De type M_2
$h = h_c$	0	>0	+/-∞	perpendiculaire au fond (théorique)
0<$h < h_c$	<0	<0	>0	De type M_3
$h = 0$	$-\infty$	-∞	$\frac{gP}{BC^2}$	Pente positive finie (théorique)
$h = -\infty$	I	1	I	Horizontale (théorique)

2. ***Courbes de remous type S :***

Ces courbes répondent aux inégalités suivantes:

$\boldsymbol{I > I_c}$ et $\boldsymbol{h_n < h_c}$, Ce qui correspond à un écoulement torrentiel.

Trois cas peuvent se produire:

- **Branche $\boldsymbol{S_1}$**: correspondant aux conditions suivantes:

$$\boldsymbol{h > h_c > h_n, I > J, F_r < 1,} \qquad \boldsymbol{\frac{dh}{dX} > 0}$$

Les valeurs aux limites s’obtiennent comme suit :

Lorsque $\boldsymbol{h \to h_c}$, $\boldsymbol{\frac{dh}{dx}} \to \infty$ La ligne d’eau franchit le niveau critique quasi-verticalement.

Lorsque $\boldsymbol{h} \to \infty, \frac{\boldsymbol{dh}}{\boldsymbol{dx}} \to \mathbf{I}$ ce qui signifie que la ligne d'eau tend asymptotiquement vers l’horizontale lorsque la profondeur croît indéfiniment.

La branche $\boldsymbol{S_1}$est une courbe de remous d’exhaussement (courbe convexe ascendante) qui correspond à un mouvement graduellement retardé.

Cette courbe est assez rare pour un régime fluvial ($\boldsymbol{h > h_c}$) sur un cours d’eau ayant le caractère d’un torrent ($\boldsymbol{I > I_c}$).Elle est précédée d’un ressaut hydraulique.

En amont, la courbe $\boldsymbol{S_1}$ prend naissance perpendiculairement au niveau critique, ordinairement après un ressaut.

En aval, elle tend asymptotiquement vers l'horizontale.

On rencontre ce type de courbe ($\boldsymbol{S_1}$) :

- En amont d'un barrage.

-Dans certains changements de pente.

Le calcul de $\boldsymbol{S_1}$ se fait de l'aval vers l'amont.

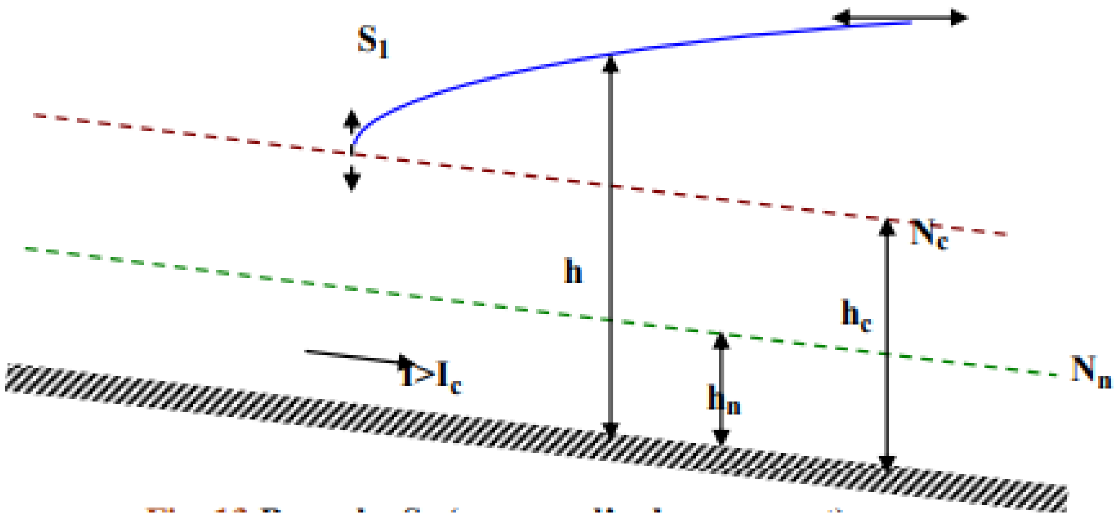


Figure 4. Branche $\boldsymbol{S_1}$ (courbe de remous d'exhaussement)

➢ **Branche S_2:** correspondant aux conditions suivantes:

$$\boldsymbol{h_n < h < h_c, I > J, F_r > 1, \qquad \frac{dh}{dX} < 0}$$

Les valeurs aux limites s'obtiennent comme suit :

Lorsque $\boldsymbol{h \to h_n}, \frac{\boldsymbol{dh}}{\boldsymbol{dx}} \to -\infty$ ce qui signifie que la ligne d'eau franchit le niveau critique quasi verticalement.

Lorsque $\boldsymbol{h \to h_n}, \frac{\boldsymbol{dh}}{\boldsymbol{dx}} \to \boldsymbol{0}$, La ligne d'eau tend asymptotiquement vers le niveau normal.

La branche $\boldsymbol{S_2}$ est une courbe de remous d'abaissement (courbe concave descendante) qui correspond à un mouvement graduellement accéléré.

En amont, la courbe $\boldsymbol{S_2}$ prend naissance perpendiculairement au niveau critique.

En aval, elle tend asymptotiquement vers le niveau de la profondeur normale.

Cette courbe est très courte du point de vue pratique, c'est-à-dire qu'elle tend très vite vers le régime uniforme. Ce qui revient à dire qu'elle correspond à un régime de transition entre la profondeur critique et un écoulement uniforme.

Elle se rencontre :

- Dans les transitions entre les chutes brusques et le régime uniforme.
- En aval d'une augmentation brusque de pente.
- Dans l'élargissement de la section.

Le calcul de $\boldsymbol{S_2}$ se fait de l'amont vers l'aval.

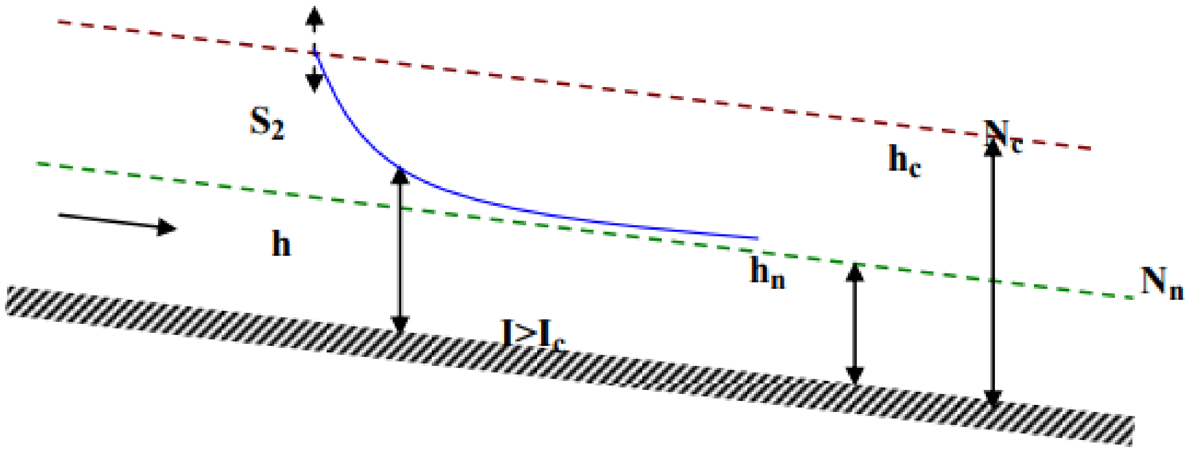


Figure 5. Branche $\boldsymbol{S_2}$ (courbe de remous d'abaissement))

- **Branche S_3:** correspondant aux conditions suivantes :

$$h < h_n < h_c, I < J, F_r > 1, \qquad \frac{dh}{dx} > 0$$

Les valeurs aux limites s’obtiennent comme suit:

Lorsque $h \to h_n, \frac{dh}{dx} \to 0$, ce qui signifie que la ligne d’eau tend asymptotiquement vers la profondeur normale.

Lorsque $h \to 0, \frac{dh}{dx} > 0$, c.à.d que , théoriquement, la ligne d’eau coupe le fond du canal sous un angle nul.

Lorsque $\boldsymbol{h} \rightarrow -\infty, \frac{\boldsymbol{dh}}{\boldsymbol{dx}} \rightarrow \boldsymbol{I}$, c.à.d que, théoriquement, la courbe possède alors une asymptote horizontale.

La branche $\boldsymbol{S_3}$ est une courbe de remous d'exhaussement (courbe convexe ascendante) qui correspond à un mouvement graduellement retardé.

En amont la courbe $\boldsymbol{S_3}$ tend asymptotiquement vers l'horizontale.

En aval, elle tend asymptotiquement vers le niveau la profondeur normale.

Elle correspond à un régime transitoire entre un écoulement à grande vitesse et un écoulement normal.

Elle se rencontre :

- En aval d'une vanne de fond dénoyée dont la hauteur de levée est inférieure à la hauteur normale.
- Lorsque la pente diminue brusquement tout en restant supérieure à la pente critique.

Le calcul de $\boldsymbol{S_3}$ se fait de l'amont vers l'aval.

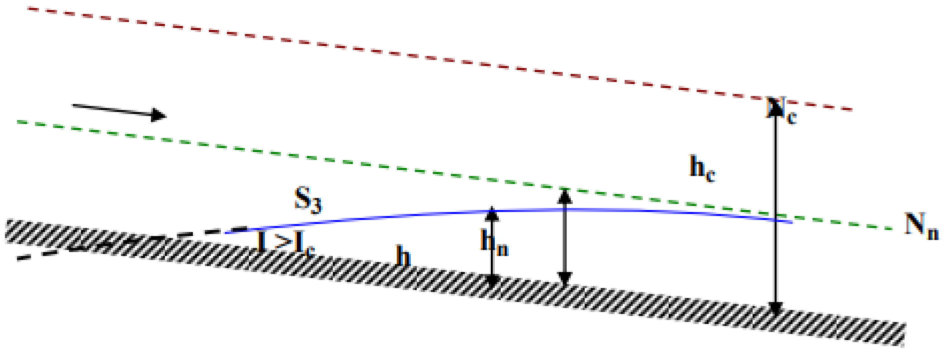


Figure 6. Branche $\boldsymbol{S_3}$ (courbe de remous d'exhaussement)

On peut présenter les différents cas pouvant être envisagés, pour un canal de pente I $> \boldsymbol{I_c}$ (courbe **S**), dans le tableau suivant :

Valeur de h	$I-J=I-\dfrac{Q^2B}{C^2R_hS^2}$	$1-\dfrac{Q^2B}{gS^3}$	$\dfrac{dh}{dX}$	Courbe
$h=+\infty$	I	1	I	Horizontale
$h_c<h<+\infty$	> 0	> 0	> 0	De type S_1
$h=h_c$	> 0	0	$+/-\infty$	Perpendiculaire au fond (théorique)
$h_n<h<h_c$	> 0	< 0	< 0	De type S_2
$h=h_n$	0	< 0	0	Parallèle au fond
$0<h<h_n$	< 0	< 0	> 0	De type S_3
h=0	$-\infty$	$-\infty$	$\dfrac{gP}{BC^2}$	Pente positive finie (théorique)
$h=-\infty$	I	1	I	Horizontale (théorique)

3. ***<u>Courbes de remous type C :</u>***

En régime critique, l'écoulement est instable par le fait des ondulations qui sont provoquées à la surface d'eau.

Les courbes (**C**) répondent aux égalités suivantes :$\boldsymbol{I = I_c}$ et $\boldsymbol{h_n = h_c}$; Ce qui correspond à un écoulement critique.

Elles représentent la limite commune des courbes **M** et **S** avec disparition de la branche **2** puisque $\boldsymbol{h_n = h_c}$. Il reste donc seulement deux cas à étudier :

- **Branche C_1:** qui correspond aux conditions suivantes :

$$h > h_c = h_n, I > J, F_r < 1, \qquad \frac{dh}{dX} > 0$$

Pour un cours d'eau dont la largeur est très grande par rapport à sa profondeur, l'équation **(1)** peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\frac{dh}{dX} = I\,\frac{h^3 \_ h_n^3}{h^3 - h_c^3}$$

D'après cette équation on constate que:

Si $\boldsymbol{h_n = h_c} \implies \frac{dh}{dX} = \boldsymbol{I}$, ce qui signifie que la ligne d'eau est horizontale.

Si $\boldsymbol{h = h_n}$, $\boldsymbol{\frac{dh}{dX} = 0}$, c’est-à-dire que la ligne d’eau est parallèle au fond du canal.

La branche $\boldsymbol{C_1}$ est une courbe de remous d’exhaussement.

Elle représente le passage entre $\boldsymbol{M_1}$concave et $\boldsymbol{S_1}$convexe, elle est donc droite et horizontale.

On rencontre ce type de courbe $\boldsymbol{(C_1)}$:

- Au raccordement d'un canal à pente critique à un bassin.
- A un changement de pente, séparant le passage de la pente critique à une pente moindre.

En pratique ce type de courbe est très rare.

$$\frac{dh}{dX} = 0, \qquad \frac{dh}{dX} = I$$

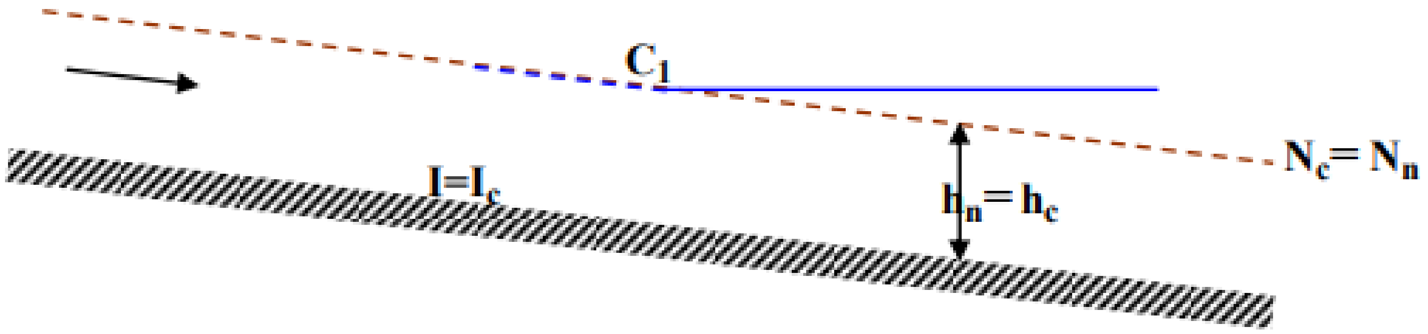


Figure 7. Branche C_1 (courbe de remous d'exhaussement)

- **Branche $\boldsymbol{C_3}$**: correspondant aux conditions suivantes:

$$\boldsymbol{h < h_c = h_n, I < J, F_r > 1, \frac{dh}{dX} > 0}$$

Pour un cours d'eau dont la largeur est très grande par rapport à sa profondeur, on a encore.

$\boldsymbol{\frac{dh}{dx} = I,}$ ce qui signifie que la ligne d'eau est horizontale.

La branche $\boldsymbol{C_3}$ est une courbe de remous d'exhaussement.

Elle représente le passage entre $\boldsymbol{M_3}$concave et $\boldsymbol{S_3}$ convexe, elle est donc droite et horizontale.

On rencontre ce type de courbe ($\boldsymbol{C_3}$) :

-Lors d’une réduction de pente aboutissant à la pente critique.

-Lors d’un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente critique.

En pratique ce type de courbes est aussi très rare.

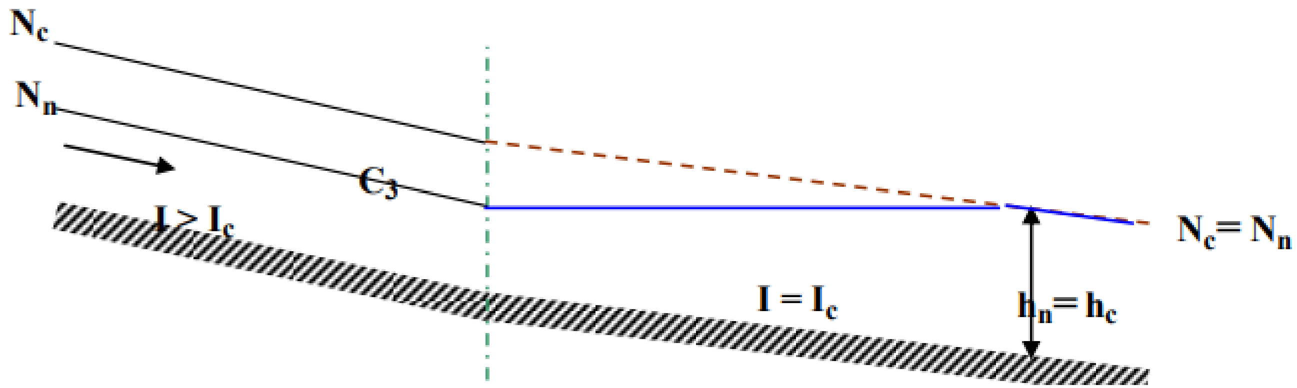


Figure 8. Branche $\boldsymbol{C_3}$ (courbe de remous d’exhaussement)

4. ***<u>Courbes de remous type H :</u>***

Dans un canal horizontal, on ne peut pas établir le régime uniforme car lorsque I $= \mathbf{0}$, $\boldsymbol{h_n}$tend vers l'infini. Cependant, on y définit la profondeur critique qui ne dépend que du débit et de la géométrie de la section. la courbe ($\boldsymbol{H}$) comprend donc deux branches $\boldsymbol{H_2}$et $\boldsymbol{H_3}$qui sont les limites des branches $\boldsymbol{M_2}$et $\boldsymbol{M_3}$; la branche $\boldsymbol{H_1}$n'existe plus.

Dans ce cas l'équation de la ligne d'eau peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\boldsymbol{dh}}{\boldsymbol{dx}} = -\frac{\boldsymbol{J}}{\mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{Q^2B}}{\boldsymbol{gS^3}}}$$

- **Branche $\boldsymbol{H_2}$:** correspondant aux conditions suivantes :

$$\boldsymbol{h > h_c, I = 0, F_r < 1, \qquad \frac{dh}{dX} < 0}$$

Lorsque $\boldsymbol{h} \rightarrow \infty, \boldsymbol{J} \rightarrow \boldsymbol{0}, \boldsymbol{S} \rightarrow \infty$, le numérateur tend vers **0** et le dénominateur tend vers **1,** ce qui indique qu'à l'infini amont, lorsque la profondeur augmente indéfiniment, la ligne d'eau tend asymptotiquement vers l'horizontale.

La branche $\boldsymbol{H_2}$ est une courbe de remous d'abaissement qui correspond à un régime graduellement accéléré.

Elle se rencontre par exemple :

- Dans une chute brusque.
- Dans un canal horizontal débouchant dans un exutoire dont la cote du niveau est variables.

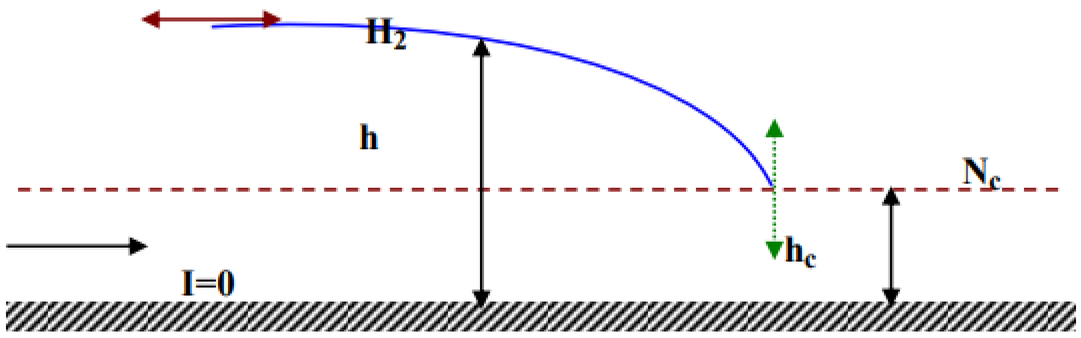


Figure 9. Branche H_2 (courbe de remous d'abaissement)

- **Branche H_3:** correspondant aux conditions suivantes:

$$h < h_c, I = 0, F_r > 1, \frac{dh}{dX} > 0$$

La branche H_3 est une courbe de remous d’exhaussement qui correspond à un régime graduellement retardé. Elle se rencontre sur un canal horizontal à l’aval d’une singularité obligeant la surface libre à s’abaisser en dessous du niveau critique.

on la rencontre par exemple :

- A l’aval d’une vanne de fond dénoyée dont la hauteur de levée est inférieure à la hauteur critique.
- Lors d’un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal horizontal. Ce type de courbes est généralement suivi d’un ressaut hydraulique.

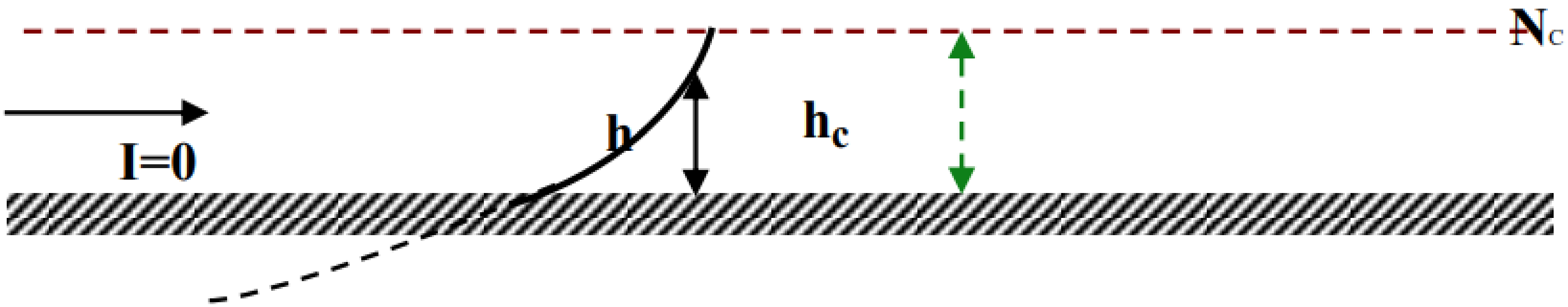


Figure 10. Branche H_3 (courbe de remous d’exhaussement)

On peut présenter les différents cas pouvant être envisagés pour un canal dont la pente **I =0** (courbe **H**) dans le tableau suivant :

Valeur de h	$I-J=I-\frac{Q^2B}{C^2R_hS^2}$	$1-\frac{Q^2B}{gS^3}$	$\frac{dh}{dX}$	Courbe
h= +∞	0	1	0	Horizontale
h_c<h< +∞	<0	>0	<0	De type H_2
h=h_c	<0	0	+/- ∞	Perpendiculaire au fond (théorique)
0<h<h_c	<0	<0	>0	De type H_3
h=0	- ∞	- ∞	$\frac{gP}{BC^2}$	Pente positive finie (théorique)
h= - ∞	0	1	0	Horizontale (théorique)

5. ***<u>Courbes de remous type A :</u>***

Ces courbes répondent à l’inégalité suivante: $\boldsymbol{I < 0}$.

Dans ce cas la hauteur normale est inexistante, par contre la hauteur critique reste toujours définie par la relation:

$$\frac{\boldsymbol{Q^2 B}}{\boldsymbol{g S^3}} = \boldsymbol{1}$$

Donc la branche $\boldsymbol{A_1}$disparait et il reste seulement deux cas à étudier (branche $\boldsymbol{A_2}$et $\boldsymbol{A_3}$)

- **Branche $\boldsymbol{A_2}$**: correspondant aux conditions suivantes:

$$\boldsymbol{h > h_c, F_r < 1, \frac{dh}{dX} < 0}$$

La branche $\boldsymbol{A_2}$ est une courbe de remous d'abaissement correspondant à un régime graduellement accéléré.

Elle possède une asymptote horizontale à l'amont lorsque h augmente indéfiniment et elle coupe quasi verticalement le niveau critique à l'aval.

Ce type de courbes se rencontre dans un canal ascendant à l'amont d'une singularité obligeant la surface libre à s'abaisser jusqu'au voisinage du niveau critique, par exemple :

- A l'amont d'un déversoir.
- Dans un changement brusque de pente.

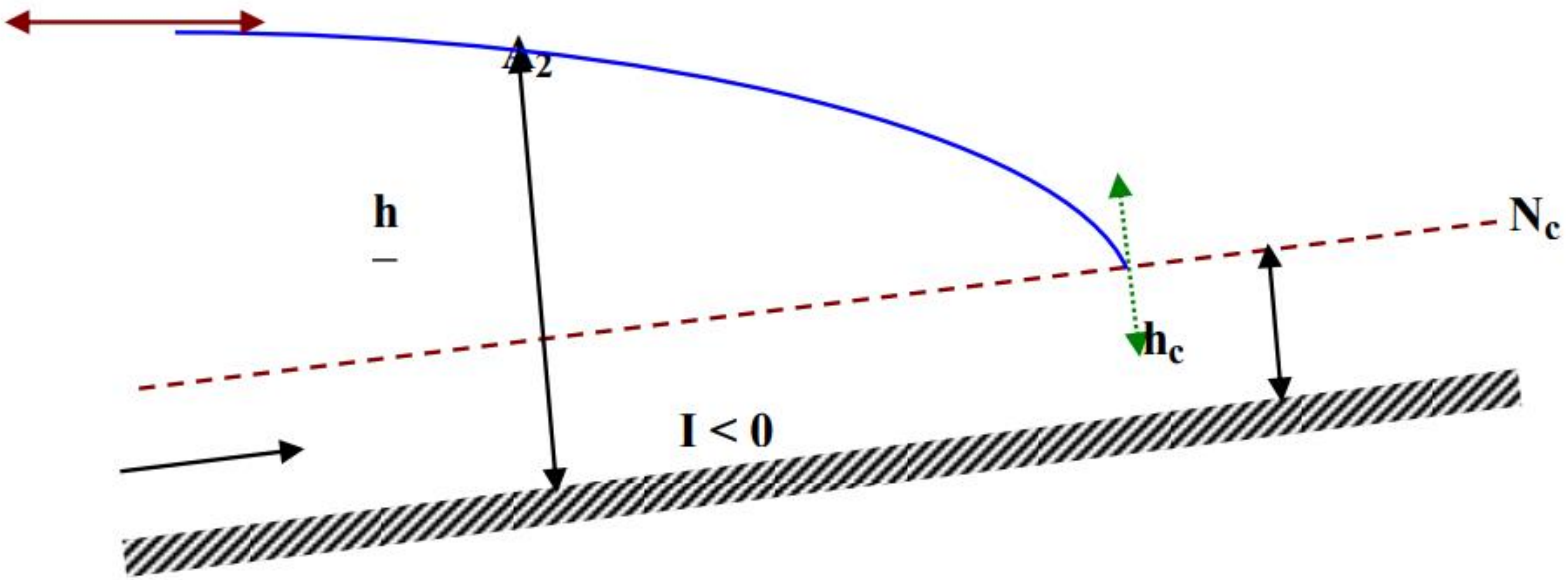


Figure 11. Branche A_2 (courbe de remous d'abaissement)

- **Branche $\boldsymbol{A_3}$:** qui correspondant aux conditions suivantes:

$$\boldsymbol{h < h_c, F_r > 1, \frac{dh}{dX} > 0}$$

La branche $\boldsymbol{A_3}$ traduit un remous d’exhaussement et un régime graduellement retardé .

Elle se rencontre dans un canal ascendant à l'aval d'une singularité obligeant la surface libre à s'abaisser au-dessous du niveau critique, par exemple :

-A l'aval d'un coursier réalisant un écoulement torrentiel.

- A l'aval d'une vanne dont l'ouverture est inférieure à la profondeur critique. La branche $\boldsymbol{A_3}$ est souvent suivie d'un ressaut permettant le franchissement du niveau critique.

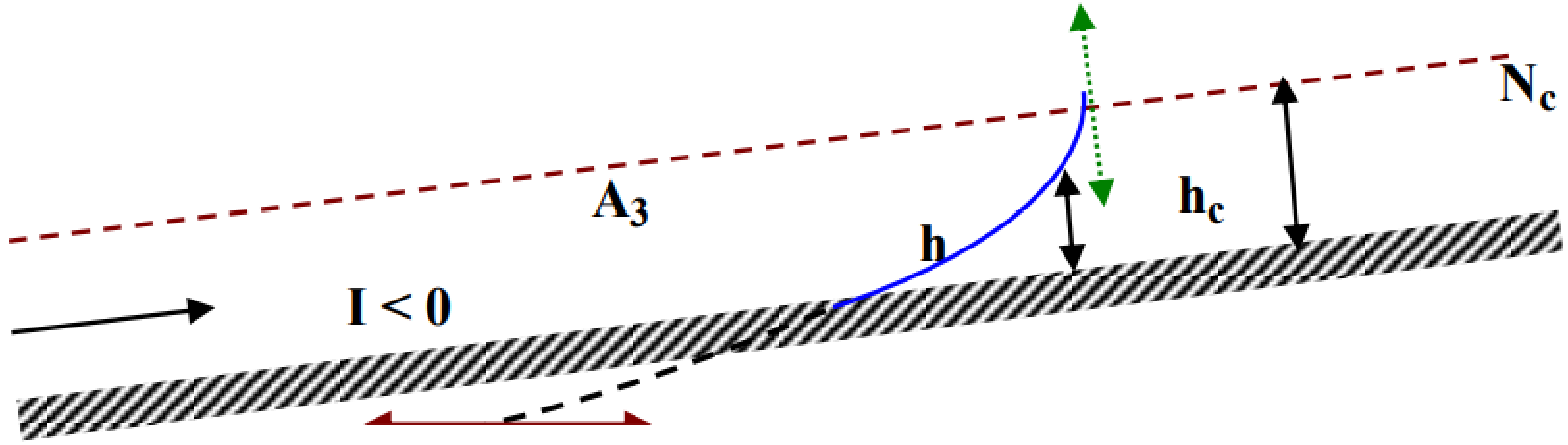


Figure 12. Branche A_3 (courbe de remousremous d'exhaussement)

On peut présenter les différents cas pouvant être envisagés pour un canal dont la pente.

$$I < 0 (courbe\ A)$$

Valeur de h	$I - J = I - \frac{Q^2 B}{C^2 R_h S^2}$	$1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}$	$\frac{dh}{dX}$	Courbe
$h = +\infty$	I	1	I	Horizontale
$h_c < h < +\infty$	<0	>0	<0	De type A_2
$h = h_c$	<0	0	$+/-\infty$	Perpendiculaire au fond (théorique)
$0 < h < h_c$	<0	<0	>0	De type A_3
$h = 0$	$-\infty$	$-\infty$	$\frac{gP}{BC^2}$	Pente positive finie (théorique)
$h = -\infty$	I	1	I	Horizontale (théorique)

ESIAI

ECOLE SUPÉRIEURE D'INGÉNIERIE APPLIQUÉE ET INNOVATION

Filière: 1ère année Cycle Ingénieur

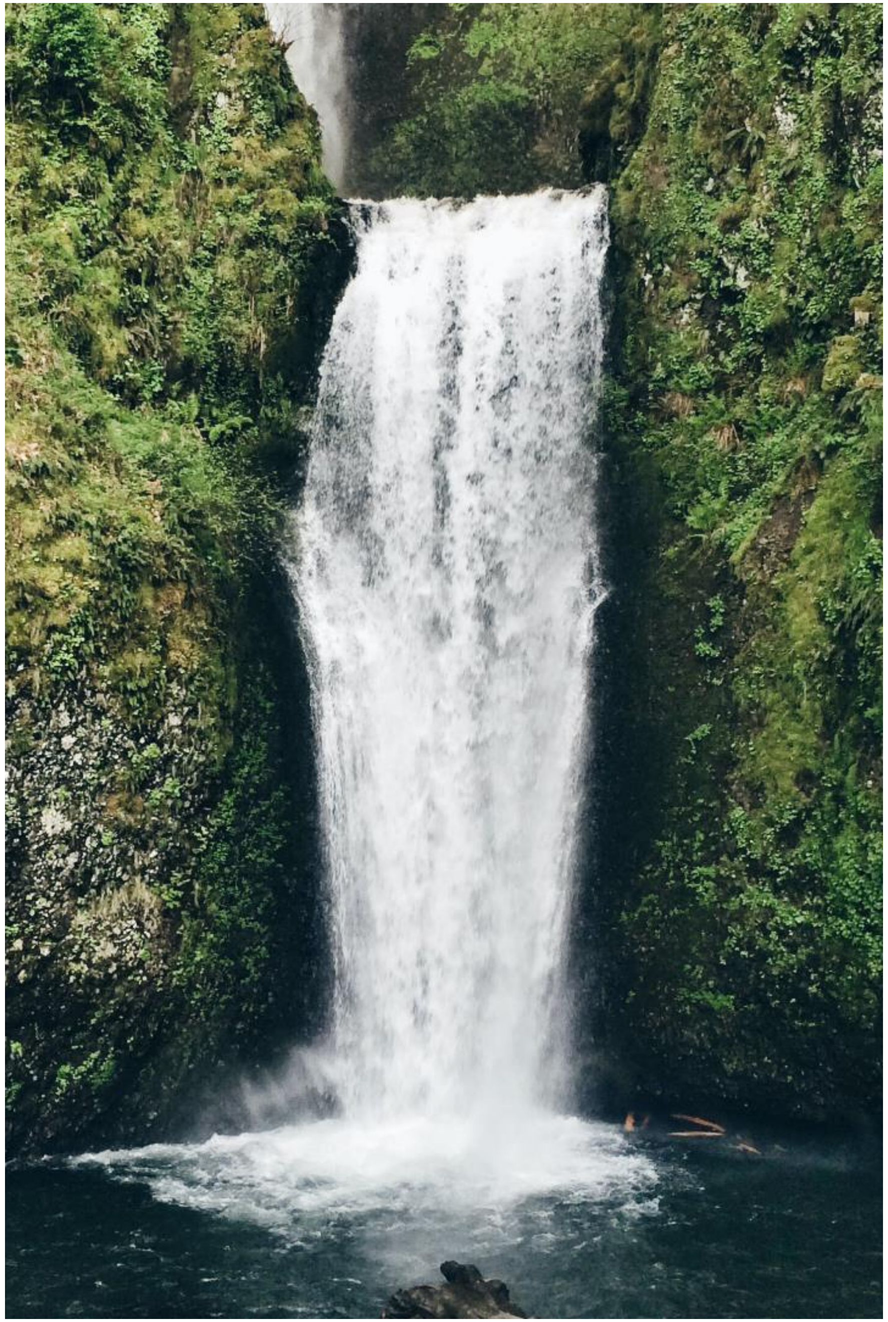
Hydraulique à surface libre

TALBI Hind

E-Mail: talbihind14@gmail.com

Année de formation: 2024-2025

CHAPITRE 4:
RESSAUT HYDRAULIQUE



Définition générale:

- Un écoulement brusquement varies (**EBV**) est un écoulement permanent dont les variable physiques varient très vite (voire de manière discontinue) dans l’espace.

- **Caractéristiques de EBV:**

➢ Courbure prononcée des lignes de courant (répartition des pressions non hydrostatique).

➢ Coefficient de Coriolis $\boldsymbol{\alpha \gg 1}$.

➢ Effet de frottement contre les parois négligeable (distance courte).

➢ Surface libre souvent instable et irrégulière.

- **Principe d’étude:** l’on choisit deux sections englobant l’**EBV.**

Théorème d’Euler pour les **EBV** divergents (dissipation d’énergie): cas du **ressaut hydraulique**.

Théorème de Bernoulli pour les **EBV** convergents (sans dissipation d’énergie): cas des **écoulements sous vanne**.

Les écoulement brusquement variés sont des écoulements ou la variation des caractéristiques du mouvement varient localement, ou dans espace réduit, l'apparition la plus connue est le ressaut hydraulique.

Donc, le ressaut hydraulique est une surélévation brusque de la surface libre d'un écoulement permanent qui se produit lors du passage du régime torrentiel au régime fluvial.

Il est accompagné d'une agitation marquée et de grandes pertes d'énergie.

Qu'est-ce qu'un ressaut hydraulique ?

Un ressaut hydraulique est un phénomène naturel où un écoulement d'eau s'élève brusquement après avoir rencontré un changement de pente, provoquant une rupture dans le flux.

Ce phénomène peut être observé dans les rivières, les canaux et même dans les systèmes de plomberie.

Les ressauts hydrauliques sont fascinants à étudier et ont un impact significatif sur l'hydrodynamique des cours d'eau.

Ce phénomène dépend de la vitesse initiale du fluide. Si cette vitesse est inférieure à la vitesse critique, aucun ressaut n'est possible.

Lorsque la vitesse du liquide n'est pas nettement supérieure à la vitesse critique, la transition apparaît comme un système d'ondes.

Si la vitesse du flot devient plus grande, la transition est de plus en plus abrupte, jusqu'à ce que la zone de transition se brise et s'enroule sur elle-même.

Lorsque ce phénomène se produit, le ressaut apparaît, en conjonction avec une violente turbulence, la formation de rouleaux et de vagues.

Un exemple de courant de ressaut hydraulique qui se manifeste par une onde circulaire stationnaire autour du jet d'eau.
Lorsqu’on ouvre le robinet au dessus d’un évier. Le jet d’eau impacte le fond de l’évier avec une vitesse suffisamment élevée, on observe une structure familière:
Un bourrelet circulaire (renflement) apparait à la frontière entre un disque central très fin et une flaque périphérique.

Le ressaut se trouve là où le cercle est stationnaire et où la turbulence est visible.

Ce phénomène dépasse largement le cadre de la cuisine puisqu’on le retrouve dans des écoulements à surface libre et on le désigne par « Ressaut hydraulique ».

Ce dernier est formé lors de la transition brusque d’un écoulement torrentiel à un écoulement fluvial.

Durant cette transition une onde stationnaire se forme et l’énergie est alors dissipée par turbulence et par chaleur, l’observation montre des grands tourbillons, des remous ainsi que des bulles d’air qui sont entrainées.

- Un **ressaut** est une surélévation brusque de la ligne d'eau au passage d'un écoulement torrentiel à un écoulement fluvial.

- Les hauteurs d'eau avant y_1 et après y_2 le ressaut sont appelées profondeurs conjuguées.

Le ressaut hydraulique est régi par les lois de la dynamique des fluides, notamment le principe de conservation de l'énergie et la conservation de la quantité de movement.

Conditions d’apparition du ressaut hydraulique :

Le ressaut hydraulique apparaît lorsque deux conditions sont réunies :

1. La profondeur de l’écoulement amont (y_1) est inférieure à la profondeur critique (y_c).
2. Un obstacle ou une élévation de tirant d’eau en aval impose une profondeur (y_2) supérieure à y_1.

Équations fondamentales du ressaut hydraulique :

a) Conservation du débit volumique (Continuité)

$$Q = B \cdot y \cdot v$$

où :

- Q : Débit volumique [m³/s].
- B : Largeur du canal [m].
- y : Profondeur de l'eau [m].
- v : Vitesse moyenne [m/s].

b) Conservation de la quantité de mouvement

Dans un canal rectangulaire, la conservation de la quantité de mouvement est exprimée par :

$$y_1 \cdot v_1^2 + \frac{g}{2} \cdot y_1^2 = y_2 \cdot v_2^2 + \frac{g}{2} \cdot y_2^2$$

En simplifiant, on obtient la relation entre les profondeurs amont (y_1) et aval (y_2) :

$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left(\sqrt{1 + 8 \cdot Fr_1^2} - 1 \right)$$

où Fr_1 est le nombre de Froude en amont, défini par :

$$Fr_1 = \frac{v_1}{\sqrt{g \cdot y_1}}$$

c) Pertes d’énergie

Les pertes d’énergie dues au ressaut hydraulique sont données par :

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 \cdot y_1 \cdot y_2}$$

Types de ressaut hydraulique

Les ressauts sont classifiés selon le nombre de Froude amont (Fr_1) :

1. **Fr < 1** : Pas de ressaut (écoulement subcritique).
2. **1 < Fr < 2.5** : Ressaut ondulatoire (faibles vagues).
3. **2.5 < Fr < 4.5** : Ressaut faible (transition modérée).
4. **4.5 < Fr < 9.0** : Ressaut oscillatoire (fortes oscillations).
5. **Fr > 9.0** : Ressaut fort (transition violente).

Importance du ressaut hydraulique en génie civil :

- **Dissipation d'énergie** : Réduction de l'énergie cinétique avant l'entrée dans des structures en aval, comme des déversoirs.

- **Stabilité des canaux** : Prévention de l'érosion en aval des ouvrages hydrauliques.

- **Conception des bassins d'amortissement** : Garantir la dissipation des énergies dangereuses pour les infrastructures.

Exercice pratique : Calcul du ressaut hydraulique

Données :

- Largeur du canal : $B = 5\,\mathrm{m}$
- Débit volumique : $Q = 10\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$
- Profondeur initiale : $y_1 = 0.5\,\mathrm{m}$
- Accélération gravitationnelle : $g = 9.81\,\mathrm{m/s}^2$

Étapes :

1. **Calcul de la vitesse en amont :**

$$v_1 = \frac{Q}{B \cdot y_1} = \frac{10}{5 \cdot 0.5} = 4\,\mathrm{m/s}$$

2. **Calcul du nombre de Froude :**

$$Fr_1 = \frac{v_1}{\sqrt{g \cdot y_1}} = \frac{4}{\sqrt{9.81 \cdot 0.5}} = 1.81$$

3. **Calcul de la profondeur aval (y_2) :**

$$y_2 = \frac{y_1}{2}\left(\sqrt{1 + 8 \cdot Fr_1^2} - 1\right)$$

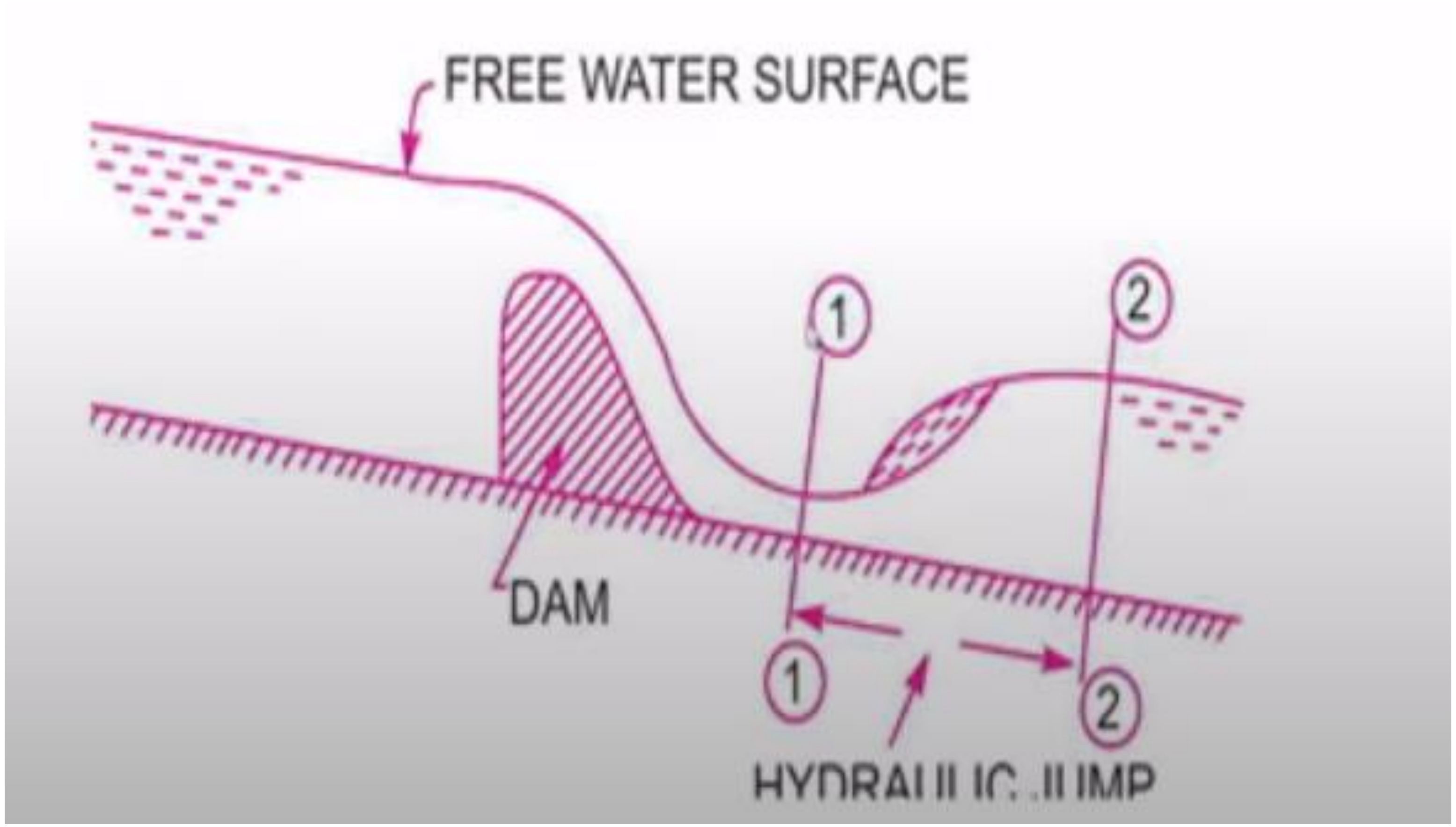
Substituons les valeurs :

$$y_2 = \frac{0.5}{2}\left(\sqrt{1 + 8 \cdot (1.81)^2} - 1\right) \approx 1.58\,\mathrm{m}$$

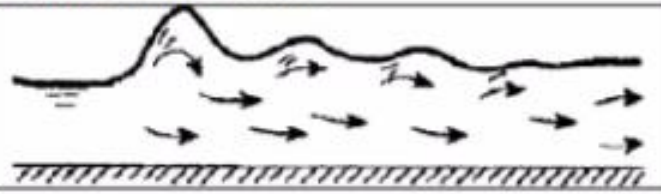
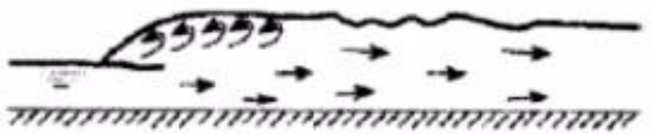
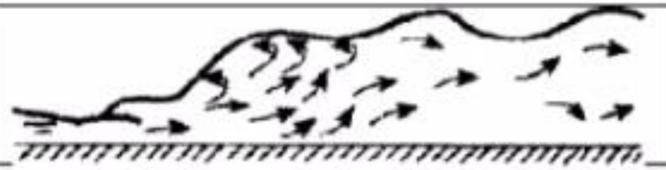
4. **Calcul des pertes d'énergie (ΔE) :**

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 \cdot y_1 \cdot y_2} = \frac{(1.58 - 0.5)^3}{4 \cdot 0.5 \cdot 1.58} \approx 0.35\,\mathrm{m}$$

Le ressaut hydraulique apparait quand l'écoulement passe de l'écoulement torrentiel vers le fluvial, donc d'une écoulement rapide à un écoulement lent. En d'autre termes, d'un nombre de Froude >1 à un nombre de Froude <1.

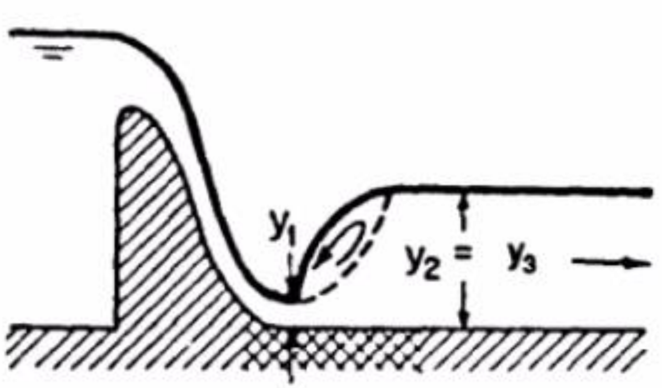


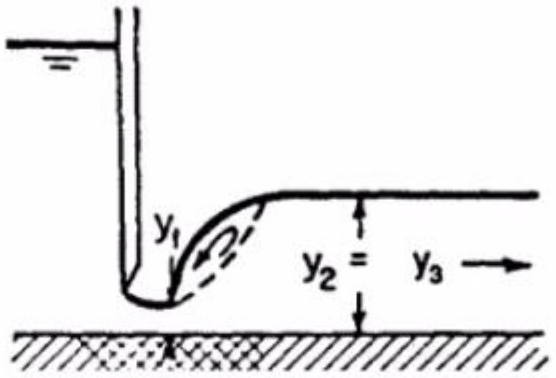
Classification des ressauts sur la base du Froude d’amont:

Nbre de Froude	Type de ressaut	Forme du ressaut	Caractéristique
$1 < Fr_1 < 1.7$	Ondulé		Seules quelques légères rides sont observées en surface
$1.7 < Fr_1 < 2.5$	Faible		Naissance en surface de petits tourbillons ou rouleaux
$2.5 < Fr_1 < 4.5$	Oscillant		Production de turbulences fortes (surface et font) de manière régulière qui se propagent loin à l’aval.
$4.8 < Fr_1 < 9$	Etabli		Ressaut bien Localisé et efficace en terme de dissipation de l’énergie
$9 < Fr_1$	Fort		Paquets d'eau projetés par intermitence

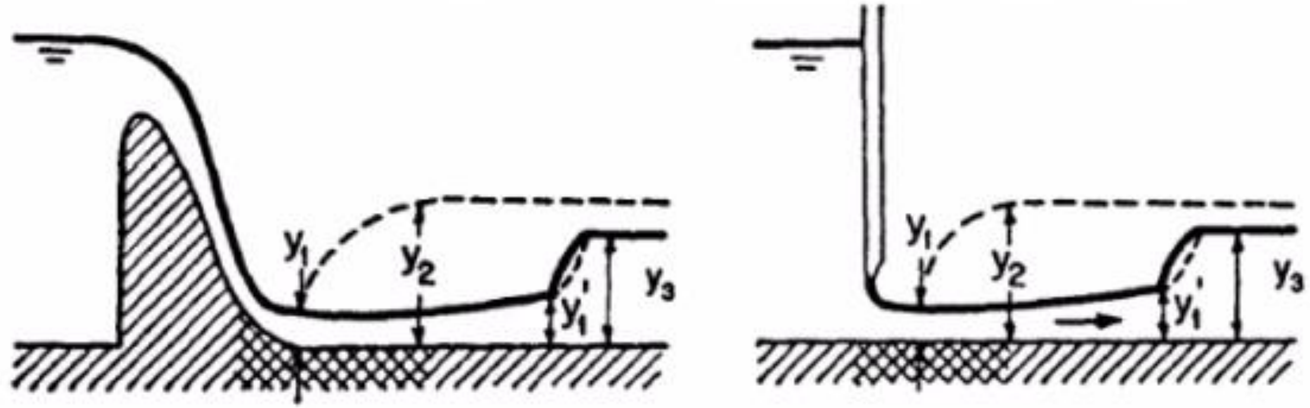
Position du ressaut:

- La position du ressaut est définie suivant la relation entre le point de contrôle au torrentiel d'amont et le tirant d'eau fluvial normal aval.
- Soit $\boldsymbol{y_1}$ la hauteur de la veine contractée, $\boldsymbol{y_2}$ son conjugué par le ressaut et $\boldsymbol{y_3}$ le tirant d'eau normal aval.
- **Cas 1**: on a $\boldsymbol{y_2}$=$\boldsymbol{y_3}$. Le ressaut se forme au pied de la chute.

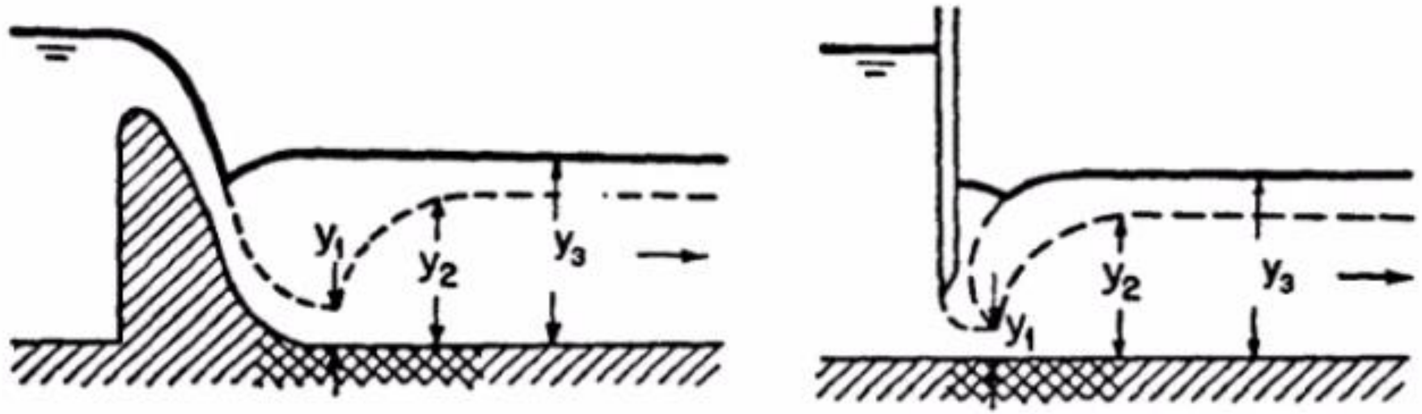




- **Cas 2**: on a $\boldsymbol{y_2} > \boldsymbol{y_3}$. Le ressaut se déplace vers l'aval.



- **Cas 3**: on a $\boldsymbol{y_2} < \boldsymbol{y_3}$. Le ressaut est noyé.



- Dans le cas ou le régime uniforme aval arrive à s’établir (bief aval suffisamment long), on fait l’hypothèse que le ressaut effectue la connexion avec l’écoulement normal aval.

La démarche de résolution est alors la suivante:

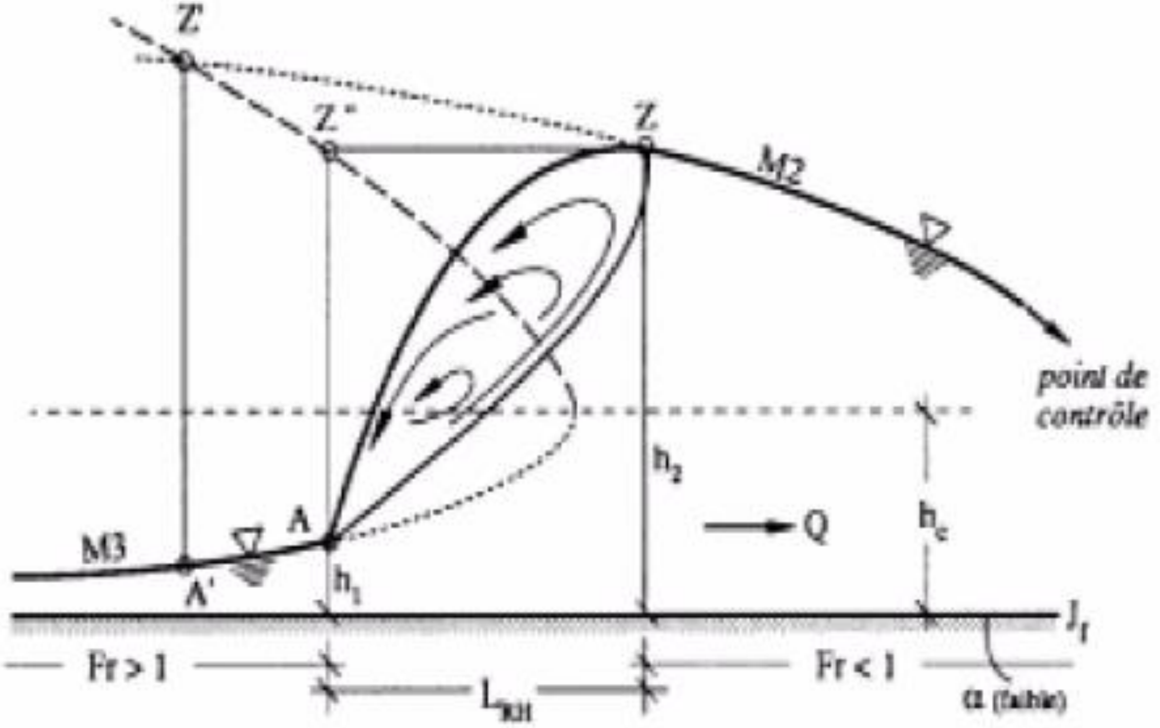
- On évalue par Manning-Strickler la profondeur y_3 à l’aval.

- Puisque y_3=y_2, conjugué de y_1 par le ressaut d’amont, on déduit y_1 par l’équation d’Euler.

- On détermine alors l’abscisse x_1 à laquelle la hauteur y_1 est atteinte par la courbe de remous d’amont en partant de son point de contrôle amont y_0 à la section de contrôle.

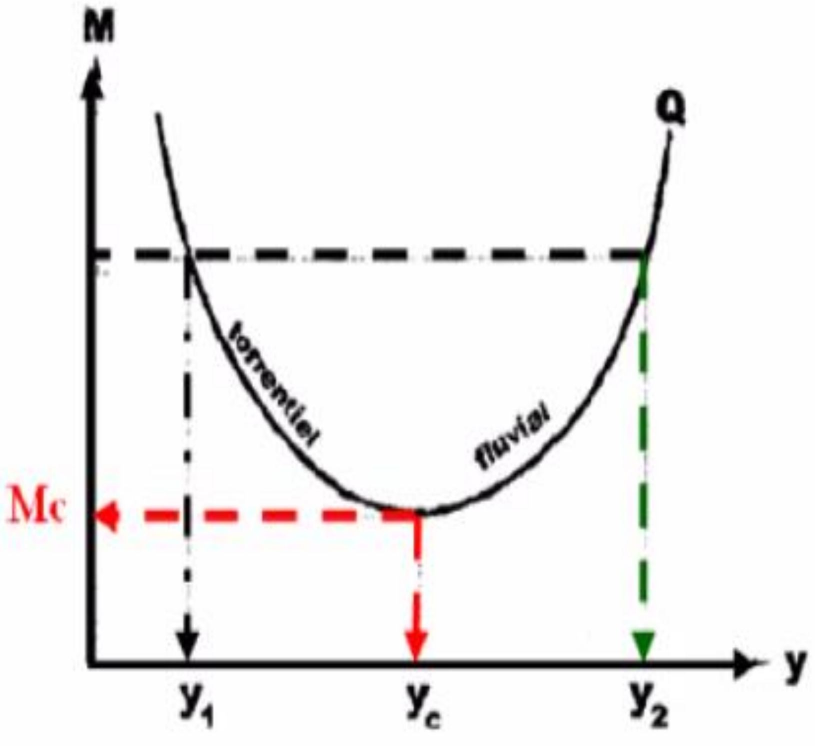
- Si l’écoulement uniforme ne s’établit pas à l’aval, on recherche la position précise du ressaut à l’intersection entre le conjugué de la ligne d’eau torrentielle en amont et fluvial en aval.

- ***Procédure :***
  - tracer les lignes d’eau amont et aval
  - Tracer la conjuguée de la ligne d’eau amont
  - Définir la droite A’Z’ à l’intersection à l’amont
  - Calculer la longueur du ressaut L_{RH}
  - Positionner L_{RH} de sorte que $Z''Z = L_{RH}$ et parallèle au fond du canal
  - Le ressaut est alors localisé entre A et Z.



Notion d'impulsion:

Un débit donné Q peut s'écouler sous deux profondeurs y_1(torrentiel) et y_2(fluvial) qui sont des profondeurs conjuguées au sens du ressaut.



Ce principe est utilisé pour la résolution graphique du calcul d'une profondeur conjuguée par le ressaut.

Application du ressaut hydraulique

Dans les écoulements à surface libre, le ressaut hydraulique est utilisé pour :

- Dissiper de l'énergie dans les écoulements sous les barrages, les déversoirs et autres structures hydrauliques.
- Maintenir un haut niveau d'eau dans les canaux .
- Mixer des produits chimiques utilisés pour la purification ou traitement d'eau usée.
- Utiliser dans les applications industrielles et les processus de fabrication.