GENERALITES

I. DEFINITION

La topométrie est l'ensemble des techniques de mesurage géométrique permettant d'obtenir l'ensemble des éléments métriques (éléments planimétriques et altimétriques), indispensables à la réalisation d'un plan à grande échelle.

L'exécution d'un tel plan comporte en général trois phases :

1. mesures sur le terrain : c'est le levé. On ramènera du terrain : un croquis (représentation à main levée des lieux), un certain nombre de mesures (angles, distances) mentionnées sur le croquis et / ou sur le carnet de terrain.
2. les calculs (dépouillement et calculs proprement dits) : les mesures faites sur le terrain ne sont généralement pas directement exploitables. Il faudra parfois les transformer pour pouvoir dessiner le plan. D'autre part, certains éléments ne sont pas directement mesurables sur le terrain (la surface). Certains calculs simples (contrôle par exemple) peuvent être exécutés sur le terrain.
3. Le report graphique : c'est le dessin lui-même. Il comporte une partie technique et une partie d'habillage.

Ce plan peut servir de base à l'étude d'un projet (forage, irrigation, routes, génie rural, lotissement, etc.) ; ce qui implique de nombreux calculs. Il est donc nécessaire d'effectuer sur le terrain des calculs rapides en faisant des contrôles nécessaires pour être sûr des résultats. Le plan obtenu peut être utilisé ou repris par d'autres personnes d'où l'importance d'agir avec ordre et méthode.

II. ORGANISATION DES CALCULS

1. Généralités :

La transformation des éléments numériques mesurés sur le terrain nécessite une grande habitude de calcul. On rencontre les calculs soit seuls, soit comme compléments d'autres formes de calculs.

2. Organisation des calculs

Une bonne organisation des calculs doit permettre :

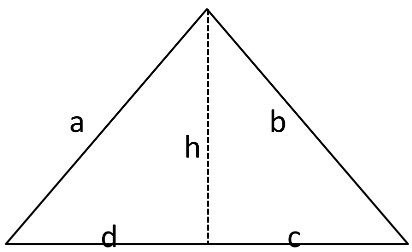
- de diminuer les écritures ;
- de faciliter la compréhension pour d'autres utilisateurs que le calculateur lui-même ;
- de facilement contrôler les calculs eux-mêmes ;
- de facilement classer les documents.

Pour une bonne organisation des calculs :

- il faut tant que c'est possible effectuer un report à l'aide des données du calcul. Si le report est exécuté avec soin, il permettra de contrôler l'ordre de grandeur des résultats ;
- si cela est nécessaire (calcul assez long), il convient d'indiquer une démarche à suivre que l'on respectera dans le développement des calculs ;
- il est impératif d'organiser les calculs sous forme de tableaux, cela présentant de nombreux avantages ;
- respecter l'unicité de présentation pour les calculs de même espèce ;
- éviter la réinscription de valeurs ;
- faciliter la lecture des valeurs numériques. Il faut pour cela :
    - régler l'importance des colonnes et des cases ;
    - bien former les chiffres ;
    - écrire les unités de même rang à la verticale les unes des autres ;
    - scinder les grands nombres en groupes de trois (3) chiffres de part et d'autre de la virgule ;
    - ne jamais surcharger les chiffres ;
    - encadrer, souligner, mais adopter une présentation différente pour les résultats.

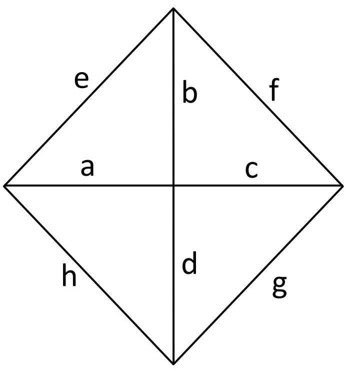
<u>Exemples</u> :

a d	a^2 d^2	h_1^2	h_1	contrôle
b c	b^2 c^2	h_2^2	h_2	$h_1 = h_2 = h$



$h_1^2 = a^2 - d^2$ $\qquad$ $h_2^2 = b^2 - c^2$

On a mesuré les demi-diagonales a, b, c et d. On veut calculer les quantités e, f, g et h.



NON				OUI		
a	a^2	e		a	a^2	
b	b^2				e^2	e
c	c^2	f		b	b^2	
b	b^2				f^2	f
c	c^2	g		c	c^2	
d	d^2				g^2	g
d	d^2	h		d	d^2	
a	a^2				h^2	h
				a	a^2	

III. UNITES UTILISEES EN TOPOMETRIE.

1. Unités linéaires

En topométrie, les unités utilisées sont les multiples et sous-multiples du mètre (m).

2. Unités angulaires

Principalement en topométrie, nous utilisons :

- ***le grade (gr) ou le Gon (g)*** :

Unités	Symbole	Valeur
Grade	gr	1
Décigrade	dgr	10-1 gr
Centigrade ou Minute centésimale	cgr (`)	10-2 gr
Milligrade	mgr	10-3 gr
Décimilligrade ou Seconde centésimale	dmgr (``)	10-4 gr

- ***le degré (sexagésimal)*** :

Unités	Symbole	Valeur
Degré	°	1
Minute sexagésimale	’	1/60°
Seconde sexagésimale	’’	1/3600°

- ***le radian (rd)*** : C’est l’angle au centre sous lequel est vu un arc de longueur égale au rayon du cercle. Pour les calculs, le radian est compatible avec les unités de longueur.

3. Unités de surface (unités agraires)

Unités	Symbole	Valeur
hectare	ha	10^4 m²
are	a	10^2 m²
centiare	ca	1 m²

4. Conversions angulaires

2 π rd = 360° = 400 gr d’où π rd = 180° = 200 gr

a) Degrés → grades (exemple : 93°24’33’’)

$$\left(93 + \frac{24'}{60} + \frac{33''}{3600}\right) \times \frac{10}{9} = 103.78797\ gr$$

$$103.78797 \times \frac{9}{10} = 93.4092°$$

- Multiplier par 60 la partie décimale du résultat pour obtenir des minutes décimales :
  $0.4092 \times 60 = 24.5504'$

- Multiplier par 60 la partie décimale de ce dernier pour obtenir des secondes :
  $0.5504 \times 60 = 33.0228''$

D'où 103.78797 gr = 93°24'33''

b) Radians → grades → radians

$$\pi \text{ rd} = 200 \text{ gr} \Rightarrow \frac{A\,(rd)}{\pi} = \frac{A\,(gr)}{200} \Rightarrow \begin{cases} A(\text{rd}) = A(\text{gr}) \times \frac{\pi}{200} \\ A(\text{gr}) = A(\text{rd}) * \frac{200}{\pi} \end{cases}$$

c) Radians →degrés →radians

$$\pi \text{ rd} = 180° \text{ gr} \Rightarrow \frac{A\,(rd)}{\pi} = \frac{A\,(°)}{180} \Rightarrow \begin{cases} A(\text{rd}) = A(°) * \frac{\pi}{180} \\ A(°) = A(\text{rd}) * \frac{180}{\pi} \quad \text{(degrés décimaux)} \end{cases}$$

<u>Remarque</u> : Aucune vérification n'est possible au cours de ces transformations. Il est donc hautement conseillé de convertir le résultat obtenu dans le premier par mesure de vérification.

<u>Exercice</u> :

Convertir :

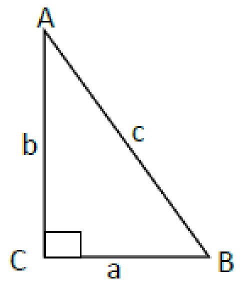
- 302°21'17'' en radians
- 318.0958 gr en degrés et ses sous-multiples
- 249°08'02'' en grades

CHAPITRE I : CALCUL DE DISTANCES ET PROBLEME D'ORIENTATION

I. CALCUL DE DISTANCES : RESOLUTION DE TRIANGLES

Résoudre un triangle consiste à calculer ses données manquantes (angles ; côtés ; surface) tout en faisant des contrôles.

1. Triangle rectangle



$$a = c.sinA$$

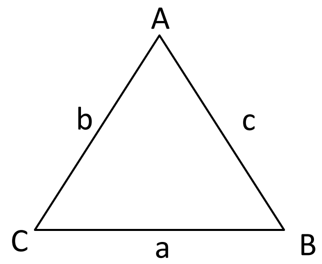
$$b = a.tanB = c.sinB$$

$$c = \frac{a}{sin\ A} = \frac{b}{sin\ B}$$

$$S = \frac{1}{2}\ ab.sinC = \frac{1}{2}\ ac.sinB = \frac{1}{2}\ ab.sinC$$

2. Formules dans les triangles quelconques

Soit un triangle ABC, par convention a, b et c désignent les côtés du triangle respectivement opposés aux sommets A, B, C. p désigne le demi- périmètre et S la surface ou superficie



2.1 FORMULES POUR LE CALCUL DES COTES D'UN TRIANGLE

- **Théorème d'Akashi :**

Condition d'utilisation : un angle et ses côtés connus

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc.cosA} \qquad b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac.cosB} \qquad c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2bc.cosC}$$

- **Théorème des sinus :**

Condition d'utilisation : 2 angles et un côté opposé à l'un des 2 angles connus

$$\frac{a}{\sin\ \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin\ B} = \frac{c}{\sin\ C} = 2\mathrm{R} \qquad b = a\frac{\sin\ B}{sin\ A} \qquad c = a\frac{\sin\ C}{sin\ A}$$

- **Surface :**

☞ **Formule de surface utilisant le sinus.**

Condition d'utilisation : la surface, un angle et un des 2 côtés connus

$$S = \frac{1}{2}\, ab.\sin C = \frac{1}{2}\, ac.\sin B = \frac{1}{2}\, bc.\sin A \qquad c = \frac{2S}{b.\sin A} \qquad a = \frac{2S}{b.\sin C}$$

☞ **Formule de surface utilisant les cotangentes.**

Condition d'utilisation : la surface, 2 angles adjacents au côté à calculer.

$$S = \frac{a^2}{2(cotanB + cotanC)} = \frac{b^2}{2(cotanA + cotanC)} = \frac{c^2}{2(cotanA + cotanB)}$$

$$c = \sqrt{2S(cotan\, A + cotan\, B)} \qquad b = \sqrt{2S(cotan\, A + cotan\, C)}$$

$$a = \sqrt{2S(cotan\, B + cotan\, C)}$$

2.2 FORMULES POUR LE CALCUL DES ANGLES D'UN TRIANGLE

- **Théorème d'Akashi :**

Condition d'utilisation : tous les côtés connus

$$A = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \qquad B = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \qquad C = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}\right)$$

- **Théorème des sinus :**

Condition d'utilisation : un angle et son côté opposé et un autre côté connu

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \qquad B = \arcsin\left(\frac{a.\sin A}{b}\right) \qquad C = \arcsin\left(\frac{a.\sin A}{c}\right)$$

- **Formules des tangentes :**

Condition d'utilisation : un angle et ses 2 côtés connus

$$B = \arctan\left(\frac{b.\sin A}{c - b.\cos A}\right) \qquad C = \arctan\left(\frac{c.\sin A}{b - c.\cos A}\right)$$

- **Formule de la somme des angles :**

Condition d'utilisation : deux angles connus ou deux ou trois angles calculés afin de faire un contrôle

$A+ B+C= 200$ $\qquad$ $C= 200-(A+ B)$

2.3 FORMULES POUR LE CALCUL DE LA SURFACE D'UN TRIANGLE

- **Formule de la surface utilisant le sinus.**

Condition d'utilisation : un angle et ses 2 côtés connus

$$S = \frac{1}{2}\,ab.sinC = \frac{1}{2}\,ac.sinB = \frac{1}{2}\,bc.sinA$$

- **Formule de la surface utilisant les cotangentes.**

Condition d'utilisation : un côté et 2 angles adjacents connus

$$S = \frac{a^2}{2(cotanB + cotanC)} = \frac{b^2}{2(cotanA + cotanC)} = \frac{c^2}{2(cotanA + cotanB)}$$

- **Formule de la surface utilisant le demi-périmètre.**

Condition d'utilisation : tous les côtés connus

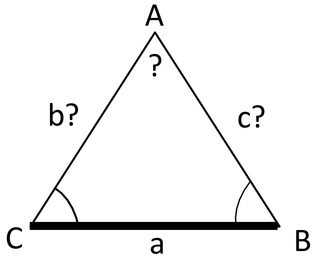
$$S = \sqrt{p * (p-a)(p-b)(p-c)} \qquad avec \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

3. Cas classiques de résolutions de triangles

3.1. Cas du triangle défini par un côté et les deux angles adjacents :

Données : a ; B ; C

Inconnues : A, b, c et S (superficie)



$$A = 200 - (B + C)$$

$$\frac{a}{\sin(B+C)} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

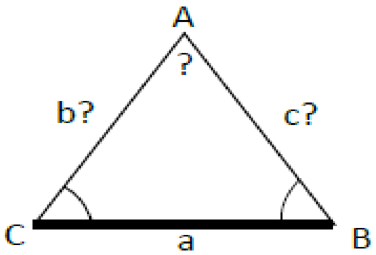
$$\boxed{b = a\frac{\sin B}{sin(B+C)}} \qquad \boxed{c = a\frac{\sin C}{sin(B+C)}}$$

$$\boxed{S = \frac{a^2}{2(cotanB + cotanC)} = \frac{1}{2}ab.sinC = \frac{1}{2}ac.sinB = \frac{1}{2}cb.sinA}$$

3.2. Cas du triangle défini par un angle et les deux côtés de cet angle :

Données : a ; B ; C

Inconnues : A, b, c et S (superficie)



$$A = 200 - (B + C)$$

$$\frac{a}{\sin(B+C)} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

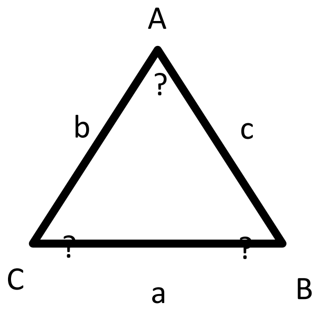
$$\boxed{b = a\frac{\sin B}{sin(B+C)}} \qquad \boxed{c = a\frac{\sin C}{sin(B+C)}}$$

$$\boxed{S = \frac{a^2}{2(cotanB + cotanC)} = \frac{1}{2}ab.sinC = \frac{1}{2}ac.sinB = \frac{1}{2}cb.sinA}$$

3.3. Cas du triangle défini par ses trois côtés

Données : a, b et c

Inconnues : A, B, C et S



1ère méthode :

$$a^2 = b^2+c^2-2bc.\cos A$$

$$b^2 = a^2+c^2-2ac.\cos B$$

$$c^2 = a^2+b^2-2ab.\cos C$$

2ème méthode :

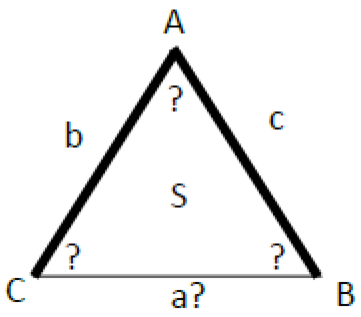
$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}} \quad \sin\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}} \quad \sin\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}} \quad S = \sqrt{p*(p-a)(p-b)(p-c)}$$

3.4. Cas du triangle défini par deux côtés et la surface

Données : b, c et S

Inconnues : a, A, B et C



$$\boxed{A = \arcsin\frac{2S}{bc}}$$

$$\boxed{a = \sqrt{b^2+c^2-2bc.\cos A}}$$

$$\boxed{B = \arccos\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\right)}$$

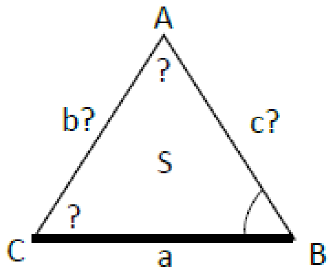
$$\boxed{C = \arccos\left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\right)}$$

$$\boxed{Contrôle \quad S = \frac{a^2}{2(cotanB + cotanC)}}$$

3.5. **Cas du triangle défini par un côté, un angle et la surface**

Données : a, B et S

Inconnues : b, c, A et C



$$c = \frac{2S}{b.\sin B}$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac.\cos B}$$

$$A = \arcsin\left(\frac{a.\sin B}{b}\right) = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

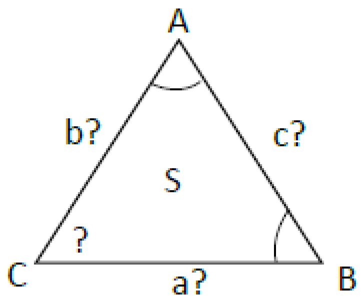
$$C = 200 - (A + B)$$

$$Contrôle \qquad S = \frac{1}{2}bc.\sin A$$

3.6. **Cas du triangle défini par deux angles et la surface**

Données : A, B et S

Inconnues : C, a, b et c



$$c = \sqrt{2S(cotan\ A + cotan\ B)}$$

$$C = 200 - (A + B)$$

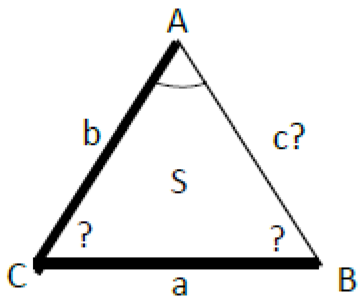
$$a = \frac{2S}{c.\sin B} = c\frac{\sin A}{\sin C}$$

$$b = \frac{2S}{a.\sin C} = c\frac{\sin B}{\sin C}$$

3.7. Cas du triangle défini par un angle, un côté de cet angle et le côté opposé à cet angle

Données : A, a et b

Inconnues : B, C, c et S



$$B = \arcsin\left(\frac{a.\sin A}{b}\right)$$

$$C = 200 - (A + B)$$

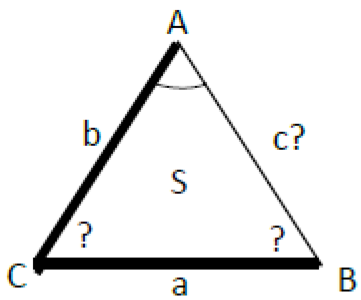
$$c = b\,\frac{\sin C}{\sin A}$$

$$S = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

3.8. Cas du triangle défini par trois angles et la surface

Données : A, a et b

Inconnues : B, C, c et S



$$B = \arcsin\left(\frac{a.\sin A}{b}\right)$$

$$C = 200 - (A + B)$$

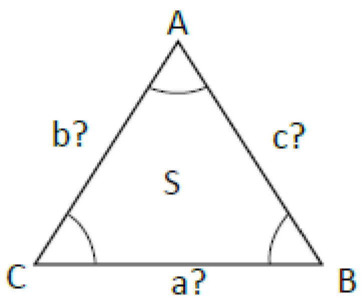
$$c = b\,\frac{\sin C}{\sin A}$$

$$S = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

3.8. Cas du triangle défini par trois angles et la surface

Données : A, B, C et S

Inconnues : a, b et c



$$a = \sqrt{2S(cotan\ B + cotan\ C)}$$

$$b = \sqrt{2S(cotan\ A + cotan\ C)}$$

$$c = \sqrt{2S(cotan\ A + cotan\ B)}$$

<u>Application</u> :

N° 1 : Résoudre le triangle ABC sachant que B = 69.894 gr ; C = 51.312 gr ; BC=a = 315.712 m

N°2 : Résoudre le triangle ABC sachant que BC=a = 224.55 m ; AC=b = 251.86 m ; AB=c = 412.29 m

N°3 : Résoudre le triangle ABC sachant que BC=a = 151.46 m ; AC=b = 212.28 m ; C = 28.654 gr

N°4 : Résoudre le triangle ABC sachant que AC= b = 49.12 m ; BC= a = 32.81 m ; S = 281.52 m²

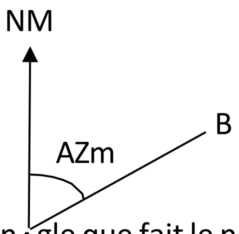
N°5 : Résoudre le triangle ABC sachant que AC= b = 51.02 m ; A = 127.100 gr ; S = 432.83 m²

N°6 : Résoudre le triangle ABC sachant que A= 51.200 gr ; B = 121.720 gr ; C= 27.080 gr ; S = 2989.12 m²

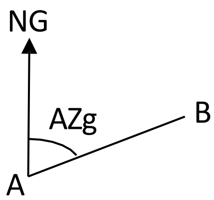
II. LES DIFFERENTES ORIENTATIONS

Il existe trois nord qui sont le nord géographique ; le nord magnétique et le nord de la représentation plane.

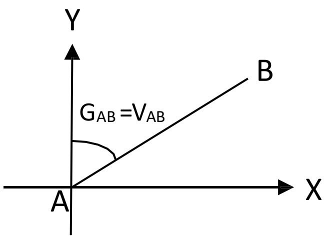
- L’angle que fait le nord magnétique avec la direction AB est appelé azimut magnétique (AZm)



- L’angle que fait le nord géographique avec la direction AB est appelé azimut géographique (AZg)



- L’angle que fait le nord de la représentation plane avec la direction AB est appelé Gisement noté souvent G ou V.



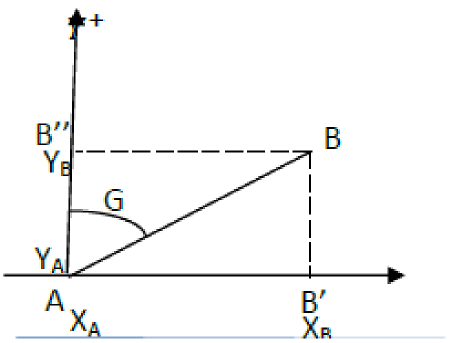
1. Gisement d’une direction

Le gisement d’une direction est l’angle orienté compris entre le nord de la représentation plane et la direction considérée. Il est compté positivement à partir des Y positifs dans le sens des aiguilles d’une montre. Il varie de 0 à 400 gr.

Le gisement peut être obtenu de trois manières différentes :

a) CALCUL DU GISEMENT PAR COORDONNEES RECTANGULAIRES

Le gisement peut être obtenu par calcul si on connaît les coordonnées des extrémités de la visée AB.



$$\tan G_{AB} = \frac{B"B}{B"A}$$

$$BB'' = X_B - X_A = \Delta X_{AB}$$

$$B''A = Y_B - X_A = \Delta Y_{AB}$$

$$\tan G_{AB} = \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A} = \frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}}$$

$$\boxed{G_{AB} = \text{arctg}\left(\frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}}\right)}$$

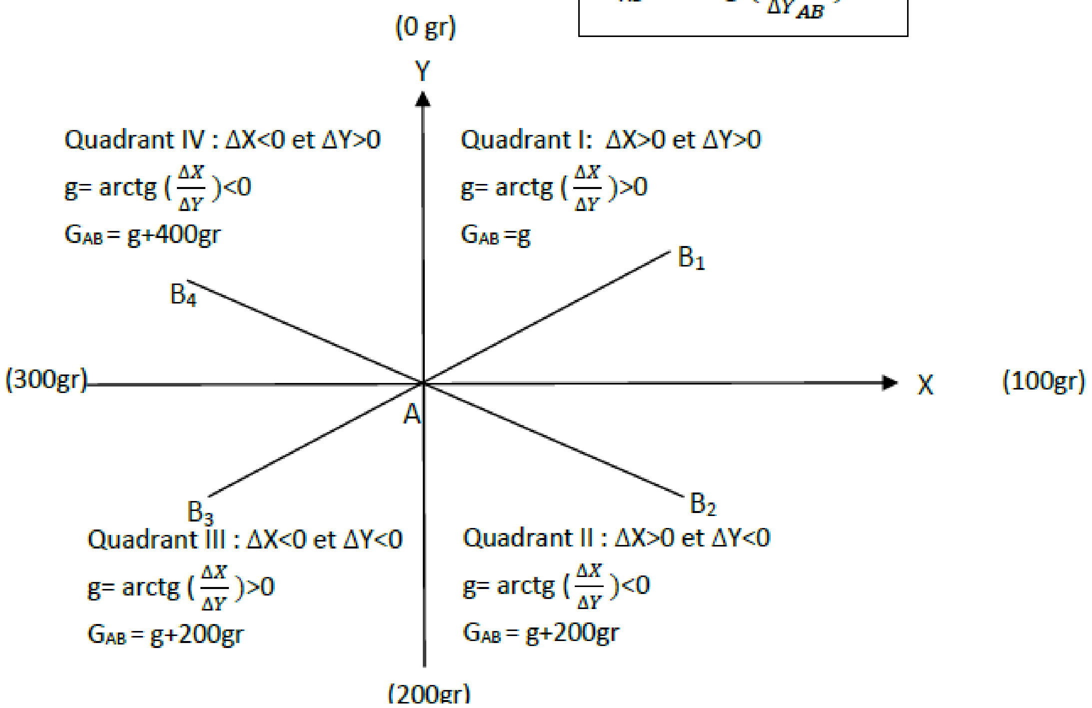


Tableau récapitulatif

N° quadrant	**ΔX**	**ΔY**	**g= arctg ($\frac{\Delta X}{\Delta Y}$)**	**G**
1	+	+	g>0	G=g
2	+	-	g<0	G=g +200gr
3	-	-	g>0	G= g +200gr
4	-	+	g<0	G=g + 400gr

Application :

Pts	**X(m)**	**Y(m)**
A	789 050.55	313 030.90
B	786 786.62	315 309.88
C	786 450.78	313 065.25
D	791 753.90	311 665.23

Calculons les gisements AB ; BC ; CD ; AC ; AD et BD.

Résolution

	ΔX	**ΔY**	**g= arctg ($\frac{\Delta X}{\Delta Y}$)**	**G**
AB				
BC				
CD				
AD				
AC				
BD				

REMARQUE.

☞ **Calcul de distance et de gisement à l'aide des coordonnées rectangulaires à partir de la calculatrice SHARP**

Avec la calculatrice SHARP, on peut calculer à la fois la distance et le gisement AB par exemple. Le programme de calcul est le suivant :

Saisissez : $Y_B - Y_A$	2ndf	STO	Saisissez : $X_B - X_A$	2ndf	8

Résultats

r = distance calculée AB

Pour afficher le gisement, faites : 2ndf Exp

θ si $\theta > 0$, alors $G_{AB} = \theta$

θ si $\theta < 0$, alors $G_{AB} = \theta + 400$ gr

☞ **Calcul de distance et de gisement à l'aide des coordonnées rectangulaires à partir de la calculatrice CASIO**

Avec la calculatrice CASIO, on peut calculer à la fois la distance et le gisement AB par exemple. Le programme de calcul est le suivant :

SHIFT	+	Saisissez : $Y_B - Y_A$	SHIFT	)	Saisissez : $X_B - X_A$	)	=

Résultats

r = distance calculée AB

Pour afficher le gisement, faites : REPLAY ➡

θ si $\theta > 0$, alors $G_{AB} = \theta$

θ si $\theta < 0$, alors $G_{AB} = \theta + 400$ gr

Application :

Pts	X(m)	Y(m)
A	125 645.77	299 489.56
B	289 789.89	297 583.23
C	134 498.47	289 445.78
D	154 482.01	294 578.42

Calculer les gisements et les distances AB ; BC ; CD ; AC ; AD et BD.

b) CALCUL DU GISEMENT A L'AIDE D'UN AUTRE GISEMENT ET D'UN ANGLE

☞ **Calculs d'angles**

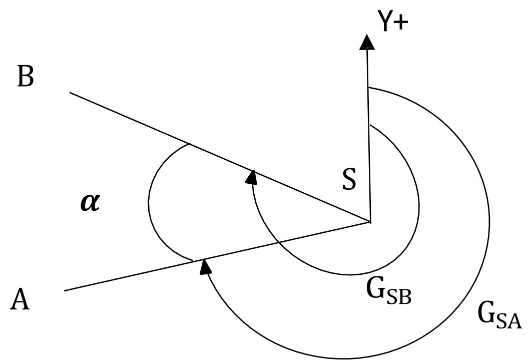
- On peut calculer les angles par différences de lectures azimutales ou lectures horizontales.

$$\alpha_1 = Lecture_{avant} - Lecture_{arrière}$$

- On peut aussi calculer les angles par différences de gisements. Deux cas se présentent ici.

✓ **Cas où l'axe des Y positifs ne partage pas l'angle en deux parties**

Lorsque l'axe des Y positifs ne partage pas l'angle cherché en deux, l'angle sera égal au plus grand gisement moins le plus petit gisement. Le plus grand gisement est le gisement de la 2è direction ou droite rencontrée en partant de l'axe des Y positifs. Le plus petit gisement est le gisement de la 1ère direction ou droite rencontré en partant de l'axe des Y positifs.



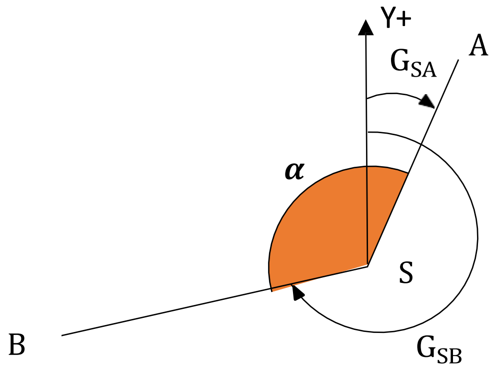
$$\alpha = G_{SB} - G_{SA} \qquad \alpha = G_{grand} - G_{petit}$$

$$G_{SB} = G_{SA} + \alpha \qquad G_{grand} = G_{petit} + \alpha$$

$$G_{SA} = G_{SB} - \alpha \qquad G_{petit} = G_{grand} - \alpha$$

✓ **Cas où l'axe des Y positifs partage l'angle en deux parties**

Lorsque l'axe des Y positifs partage l'angle cherché en deux, l'angle sera égal à :



$$\alpha = 400 - (G_{SB} - G_{SA})$$

$$\alpha = 400 - (G_{grand} - G_{petit})$$

Remarques :

$G_{AB} = G_{BC}$ $\quad$ *les points A, B et C sont alignés*

$G_{AB} = G_{CD}$ $\quad$ *les points A, B, C et D sont alignés* ou (AB) // (CD)

$G_{AB} = G_{CD} + 100\ gr$ $\quad$ (AB)r (CD)

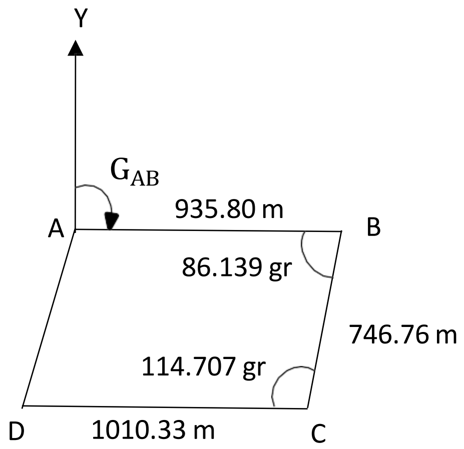
$G_{AC} = G_{AB} + 100\ gr$ $\quad$ $mes\ \widehat{BAC} = 100\ gr$

$G_{BA} = G_{AB} \pm 200\ gr$ $\quad$ $si\ \ G_{AB} > 200gr\ , alors\ G_{BA} = G_{AB} - 200gr\ ;$

$si\ G_{AB} < 200gr, alors\ G_{BA} = G_{AB} + 200gr$

Application

Soit la parcelle ABCD ci-après. On donne A (X= 1484,08 m ; Y= 1402,26 m) et G_{AB} = 100,8454 gr



1. Calculer les coordonnées des points B, C et D
2. Calculer la distance horizontale AD.
3. Calculer les angles A et D

c) CALCUL DU GISEMENT A L'AIDE D'UN G0 ET DES LECTURES AZIMUTALES

Le gisement peut être obtenu à partir des observations :

$$G_{AM} = G0 + L_{AM}$$

2. G0 de station

Le G0 d'une station est le gisement de la graduation 0 du limbe.

Gisement du zéro du limbe pour une direction

Symbole : $G0_A$

Le gisement du zéro du limbe est obtenu à partir du gisement d'une direction connue et de la lecture sur le limbe horizontal correspondant.

Point de station S (X_S ; Y_S) ; Point visé connu A (X_A ; Y_A)

$$G_{SA} = \operatorname{arctg}\left(\frac{X_A - X_S}{Y_A - Y_S}\right)$$

Lecture sur le limbe relative à A : L_A
$G0_A = G_{SA} - L_A$

Gisement du zéro du limbe pour un tour d'horizon :
Symbole : G0 ou $G0_{moyen}$
Gisement moyen du zéro, origine de la graduation du limbe après réduction du tour d'horizon.
Il s'obtient par la moyenne arithmétique des gisements des zéros relatifs à plusieurs visées sur des points connus.

$G0_A=G_{SA}-L_A$, $G0_B=G_{SB}-L_B$, $G0_C=G_{SC}-L_C$

$$G0_{moyen} = \frac{G0_A + G0_B + G0_C}{3}$$

$$G0_{moyen} = \frac{\sum_{i=1}^{n} G0_i}{n}$$

Utilité du $G0_{moyen}$:

Le $G0_{moyen}$ est le gisement qui, ajouté aux lectures réduites d'un tour d'horizon, donne les gisements des visées :

$G_{SM} = G0_{moyen} + L_M$ (L_M lecture réduite sur M)

<u>Application</u>

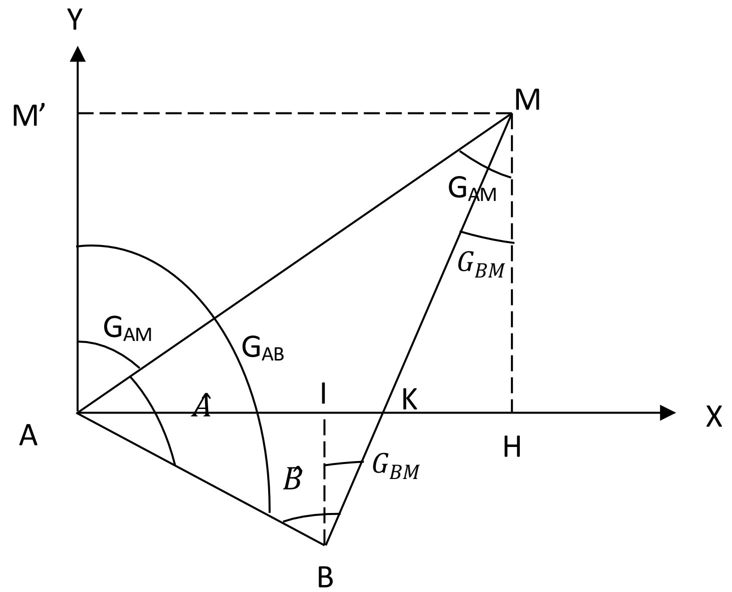
Station	Points visés	Lectures azimutales	X (m)	Y (m)
18			285 152.36	843 277.34
	14	0.000	277 697.47	845 224.20
	11	24.483	276 228.59	849 881.14
	17	76.002	284 212.37	850 968.62
	9	363.333	274 326.64	839 683.62

a) Calculer le $G0_{moyen}$ de la station.
b) Calculer le gisement G18-8 sachant que la lecture azimutale réduite sur 8 est L_8 = 398.578 gr.
c) Calculer les coordonnées rectangulaires du point 8 sachant que $D_{18\text{-}8}$ = 315.45

CHAPITRE II : CALCUL D'UN CANEVAS PLANIMETRIQUE

I. CALCUL DES COORDONNEES D'UN POINT DETERMINE PAR INTERSECTION

L'intersection est la méthode topographique qui permet de déterminer un point en le visant à partir d'au moins 2 points.



Soient les deux points A et B de coordonnées connues avec la mesure des angles A et B. nous devons déterminer les coordonnées du point M

1. <u>Formules simples</u>

Considérons le triangle AMB. En utilisant les relations des sinus, on a :

$$\frac{AM}{\sin B} = \frac{BM}{\sin A} = \frac{AB}{\sin M} \quad ou \quad \frac{AM}{\sin B} = \frac{BM}{\sin A} = \frac{AB}{\sin(A+B)} \qquad \text{d'où } AM = \frac{AB*\sin B}{\sin(A+B)} \text{ et } BM = \frac{AB*\sin A}{\sin(A+B)}$$

$X_{M_1} = X_A + \Delta X$ or $\Delta X = AM*\sin G_{AM}$ et $X_{M_2} = X_B + \Delta X$ or $\Delta X = BM*\sin G_{BM}$

$Y_{M_1} = Y_A + \Delta Y$ or $\Delta Y = AM*\cos G_{AM}$ $Y_{M_2} = Y_B + \Delta Y$ or $\Delta Y = BM*\cos G_{BM}$

$X_{M_1} = X_A + AM*\sin G_{AM}$ et $X_{M_2} = X_B + BM*\sin G_{BM}$

$Y_{M_1} = Y_A + AM*\cos G_{AM}$ $Y_{M_2} = Y_B + BM*\cos G_{BM}$

Les deux valeurs permettent de faire un contrôle. Si ces valeurs concordent, le résultat final sera la moyenne.

$$\boxed{X_M = \frac{X_{M_1}+X_{M_2}}{2} \quad \text{et} \quad Y_M = \frac{Y_{M_1}+Y_{M_2}}{2}}$$

En pratique, les deux points connus en coordonnées constituent une condition nécessaire, mais pas suffisante. Il faut obligatoirement stationner un troisième point.

ETAPES DE CALCUL

- **Calcul de la distance AB et du gisement G_{AB}**

$$AB = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} \qquad G_{AB} = \arctan\left(\frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}\right)$$

- **Calcul des angles A et B**

$$\hat{A} = l_B - l_M \qquad \hat{B} = l_M - l_A$$

- **Calcul des distances AM et BM par résolution du triangle ABM**

$$\frac{AM}{sinB} = \frac{BM}{sinA} = \frac{AB}{\sin(A+B)} \quad \text{d'où } AM = \frac{AB * sinB}{\sin(A+B)} \quad \text{et } BM = \frac{AB * sinA}{\sin(A+B)}$$

- **Calcul des gisements G_{AM} et G_{BM}**

$$G_{AM} = G_{AB} - \hat{A} \qquad G_{BM} = G_{BA} + \hat{B}$$

- **Calcul des coordonnées du point M à partir du point A**

$$X_{M_1} = X_A + AM * \sin G_{AM} \qquad Y_{M_1} = Y_A + AM * \cos G_{AM}$$

- **Calcul des coordonnées du point M à partir du point B**

$$X_{M_2} = X_B + BM * \sin G_{BM} \qquad Y_{M_2} = Y_B + BM * \cos G_{BM}$$

- **Calcul des coordonnées du point M**

$$\boxed{X_M = \frac{X_{M_1} + X_{M_2}}{2} \quad \text{et} \quad Y_M = \frac{Y_{M_1} + Y_{M_2}}{2}}$$

2. Formule globale

En considérant le triangle AMB et en utilisant les relations des sinus, on a :

$$\left.\begin{array}{l} Y_M - Y_A = AM*\cos G_{AM} \\ Y_B - Y_A = AB*\cos G_{AB} \end{array}\right\} \quad \frac{Y_M - Y_A}{Y_B - Y_A} = \frac{AM * cosG_{AM}}{AB * cosG_{AB}} \qquad \text{Avec } AM = \frac{AB*sinB}{\sin(A+B)}$$

$$\frac{Y_M - Y_A}{Y_B - Y_A} = \frac{sinB * cosG_{AM}}{\sin(A+B) * cosG_{AB}}$$

$$Y_M - Y_A = (Y_B - Y_A)\frac{sinB * cosG_{AM}}{\sin(A+B) * \cos G_{AB}} \quad \text{et} \quad X_M - X_A = (Y_M - Y_A) * tanG_{AM}$$

$$\boxed{\boldsymbol{Y_M = Y_A + (Y_B - Y_A)\frac{sinB * cosG_{AM}}{\sin(A+B) * \cos G_{AB}}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\boldsymbol{X_M = X_A + (Y_M - Y_A) * tanG_{AM}}}$$

ETAPES DE CALCUL

- **Calcul des angles A et B**

$\hat{A} = l_B - l_M$ $\qquad$ $\hat{B} = l_M - l_A$

- **Calcul des gisement G_{AB} et G_{AM}**

$$G_{AB} = \arctan\left(\frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}\right) \qquad G_{AM} = G_{AB} - \hat{A}$$

- **Calcul des coordonnées du point M**

$$Y_M = Y_A + (Y_B - Y_A)\frac{sinB * cosG_{AM}}{\sin(A+B) * \cos G_{AB}} \quad \text{et} \quad X_M = X_A + (Y_M - Y_A) * tanG_{AM}$$

3. Formule de Hatt

H est le projeté de M sur l'axe des X ; I est le projeté de B sur l'axe des X ; K est l'intersection de (BM) et l'axe des X.

1er cas : AK = AH – KH (1)

2ème cas : AK = AI + IK (2)

Considérons le 1er cas : AK = AH – KH

- ***Expression de AH***

$sinG_{AM} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AH = AM * sinG_{AM} = X_M - X_A$ (2)

$tanG_{AM} = \frac{AH}{AM'} \Rightarrow AH = AM' * tanG_{AM}$ Or $AM' = Y_M - Y_A \Rightarrow AH = (Y_M - Y_A)tanG_{AM}$ (3)

(2)=(3) $\Rightarrow \boldsymbol{AH = X_M - X_A = (Y_M - Y_A)tanG_{AM}}$ (4)

- ***Expression de KH***

$tanG_{BM} = \frac{KH}{AM'} \Rightarrow \boldsymbol{KH = AM' * tanG_{BM} = (Y_M - Y_A) * tanG_{BM}}$ (5)

$(4) et\ (5) dans\ (1) donnent :$

$AK = (Y_M - Y_A)tanG_{AM} - (Y_M - Y_A) * tanG_{BM}$

$$\boxed{\boldsymbol{AK = (Y_M - Y_A)(tanG_{AM} - tanG_{BM})} \quad (6)}$$

Considérons le 2ème cas : AK = AI + IK

$AI = X_B - X_A$ $tanG_{BM} = \frac{IK}{IB} \Rightarrow IK = IB * tanG_{BM}$ $avec\ IB = Y_A - Y_B$

$$\boxed{\boldsymbol{AK = (X_B - X_A) - (Y_B - Y_A) * tanG_{BM}} \quad (7)}$$

$(7) = (6) \Rightarrow (X_B - X_A) - (Y_B - Y_A) * tanG_{BM} = (Y_M - Y_A)(tanG_{AM} - tanG_{BM})$

$$\boxed{\boldsymbol{Y_M - Y_A = \frac{(X_B - X_A) - (Y_B - Y_A) * tanG_{BM}}{tanG_{AM} - tanG_{BM}}}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{Y_M = Y_A + \frac{(X_B - X_A) - (Y_B - Y_A) * tanG_{BM}}{tanG_{AM} - tanG_{BM}}}}$$ et $$\boxed{\boldsymbol{X_M = X_A + (Y_M - Y_A) * tanG_{AM}}}$$

ETAPES DE CALCUL

- **Calcul des angles A et B**

$$\hat{A} = l_B - l_M \qquad\qquad \hat{B} = l_M - l_A$$

- **Calcul des gisements G_{AB} , G_{AM} et G_{BM}**

$$G_{AB} = \arctan\left(\frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}\right)$$

$$G_{AM} = G_{AB} - \hat{A} \qquad\qquad G_{BM} = G_{BA} + \hat{B}$$

- **Calcul des coordonnées approchées du point M**

$$Y_M = Y_A + \frac{X_B - X_A - (Y_B - Y_A) * \tan G_{BM}}{\tan G_{AM} - \tan G_{BM}}$$

$$X_M = X_A + (Y_M - Y_A) * \tan G_{AM}$$

Calculer les coordonnées du point M par la méthode des formules, globale et de Hatt.

Application

Soient deux points connus A et B tel que

$X_A = 782\ 333.32$ m

$Y_A = 310\ 192.99$ m

$L_M = 372.5104\ gr$

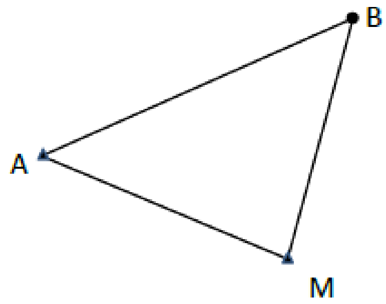
$G0_A = 106.7974\ gr$

$X_B = 785\ 489.74$ m

$Y_B = 315\ 556.44$ m

$L_M = 129.5077\ gr$

$G0_B = 46.8016\ gr$



Calculer les coordonnées du point M par la méthode des formules, globale et de Hatt.