

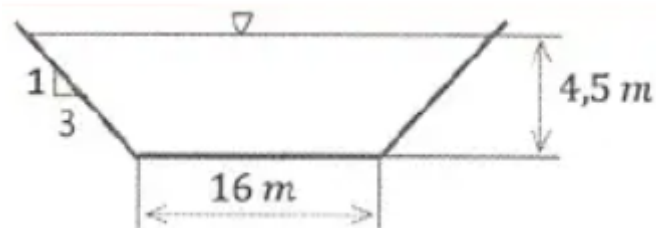
Année 2024-2025
TD1 – Hydraulique à surface libre

Exercice 1:

Soit un écoulement à surface libre dans un canal rectangulaire de **12 m** large et **2,5 m** de profondeur. La pente du canal est de **0,0028** et la nature des parois correspond à un coefficient de frottement de Manning **$n = 0,013$** . Déterminer la vitesse et le débit de l'écoulement.

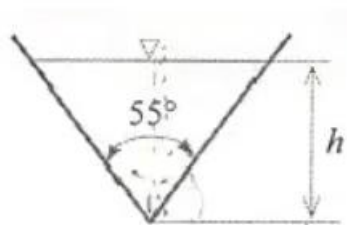
Exercice 2:

Le canal trapézoïdal symétrique illustré sur la figure, est caractérisé par un coefficient de Strickler **$K = 66,67$** . Le fond du canal descend de **0,1 m** verticalement pour chaque **100 m** de longueur. Trouver la vitesse moyenne de l'écoulement ainsi que son débit.



Exercice 3:

L'écoulement, dans le canal triangulaire de la figure a une vitesse de **2,9 m/s**. Déterminer la profondeur de l'écoulement si la pente du fond est de **0,0015** et le coefficient de Manning **$n = 0,014$** .



Exercice 4:

Une conduite circulaire demi-remplie de **500 mm** de diamètre et une pente de **0,005**. Si **$n = 0,024$** , quel sera le débit de l'écoulement dans ces conditions ? Quel sera le débit si la profondeur de l'écoulement est de **125 mm** ?

Exercice 5:

Un canal d'irrigation a une section trapézoïdale dont les parois latérales sont inclinées à 45° , la largeur au fond est 4 m , la pente est uniforme égale 0.01% . Le coefficient de Strickler du canal est égal à 65 .

- Déterminer le débit s'écoulant dans le canal en régime uniforme pour la profondeur 1 m ?

Exercice 6:

Déterminer le rayon hydraulique d'une conduite qui évacue les eaux pluviales, de débit = $10\text{ m}^3/\text{s}$, une pente de 1% , le coefficient de Strickler

$K_s = 75\text{ m}^{1/3}/\text{s}$, le diamètre $D = 2\text{ m}$.

Exercice 7:

Un canal rectangulaire 10 m de large. Le canal est en béton avec un coefficient de rugosité de Manning de $0,0133\text{ m}^3/\text{s}$, et le débit est $100\text{ m}^3/\text{s}$.

- a) Calculer la profondeur et la pente critique de ce canal.
- b) Si la profondeur uniforme est 5 m , quel est le régime d'écoulement.

Exercice 8:

Un canal rectangulaire de largeur $b = 12\text{ m}$, débite $14\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ sous une profondeur de $1,22\text{ m}$.

- Quel est le régime d'écoulement dans ces conditions si le coefficient de Manning est pris égal à $0,017\text{ m}^{-1/3}.\text{s}$?
- Calculer la pente critique de ce canal.
- Quelle pente faut-il donner à ce canal pour produire un écoulement uniforme sous une profondeur de $1,22\text{ m}$?

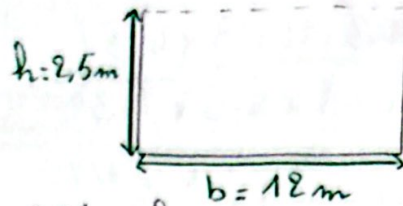
Série 1.

①

Exercice 1:

$$I = 0,0028$$

$$n = 0,013$$



- calcul de la vitesse de l'écoulement.

$$u = C \sqrt{R_h I}$$

$$\text{Avec } C = \frac{1}{n} R_h^{1/6}$$

ce qui donne :

$$u = \frac{1}{n} R_h^{2/3} I^{1/2}$$

$$\text{ou : } R_h = \frac{A}{P_m} = \frac{b h}{b + 2h}$$

$$\text{AN: } R_h = \frac{12 \times 2,5}{12 + 2 \times 2,5} = 1,764 \text{ m}$$

$$\text{Enfin: } u = \frac{1}{0,013} (1,764)^{1/2} (0,0028)^{1/2} = \underline{\underline{5,94 \text{ m/s}}}$$

- calcul du débit d'écoulement Q:

$$Q = u \times S \quad \text{ou } S = b \times h$$

$$\text{AN: } Q = 5,94 \times 12 \times 2,5 = \underline{\underline{178,2 \text{ m}^3/\text{s}}}$$

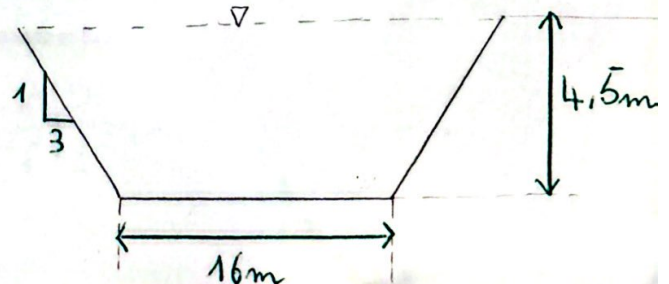
Exercice 2:

$$K = 66,67, \quad I = 0,001 \Rightarrow 0,1 \text{ m} / 100 \text{ m} \approx 0,001$$

- calcul de la vitesse U:

$$U = C \sqrt{R_h I}$$

$$\text{Avec } C = K R_h^{1/6}$$



$$\text{ou : } R_h = \frac{A}{P_m} = \frac{h(b + mh)}{b + 2\sqrt{h^2 + m^2 h^2}}$$

$$R_h = \frac{4,5(16 + 3 \times 4,5)}{16 + 2 \times 4,5 \sqrt{1 + 3^2}} = 2,99 \text{ m}$$

$$U = K R_h^{2/3} I^{1/2}$$

$$U = 66,67 \times 2,99^{2/3} \times 0,001^{1/2} = \underline{\underline{4,37 \text{ m/s}}}$$

$$Q = U \times S$$

A.N:

$$Q = 132,75 \times 4,37 = 580 \text{ m}^3/\text{s}$$

Exercice 3:

$$U = 2,9 \text{ m/s}, \quad I = 0,0015, \quad m = 0,014$$

- Détermination de la profondeur de l'écoulement h:

$$U = \frac{1}{n} R_h^{2/3} I^{1/2}$$

$$\text{ou } R_h^{2/3} = \frac{U n}{I^{1/2}} \Rightarrow R_h = \left(\frac{U n}{I^{1/2}} \right)^{3/2}$$

- on a aussi $R_h = \frac{A}{P_m} = \frac{mh}{2\sqrt{1+m^2}}$

$$\text{Avec } m = \text{ctg } \theta = \text{ctg } 62,5^\circ = 0,48$$

$$\text{ce qui donne : } R_h = \frac{mh}{2\sqrt{1+m^2}} = \left(\frac{U n}{I^{1/2}} \right)^{3/2}$$

$$\text{Alors : } h = \left[\left(\frac{U n}{I^{1/2}} \right)^{3/2} \times 2\sqrt{1+m^2} \right] \frac{1}{m}$$

$$h = \left[\left(\frac{U n}{I^{1/2}} \right)^{3/2} \times 2\sqrt{1+m^2} \right] \frac{1}{m}$$

AN:

$$h = \left[\left(\frac{2,9 \times 0,014}{(0,0015)^{1/2}} \right)^{3/2} \times 2 \sqrt{1 + 89,08^2} \right] \frac{1}{89,08}$$

(2)

$$\underline{\underline{h = 2,15 \text{ m}}}$$

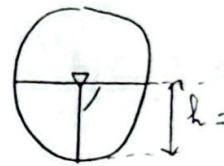
Exercice 4:

$D = 500 \text{ mm}$, $h = 250 \text{ mm}$ (demi rempli)

$$\bar{I} = 0,005, n = 0,024$$

- Calcul du débit Q

$$Q = W \times S_m$$



$$Q = C \sqrt{R_h \bar{I}} \times S_m$$

$$\text{on a } S_m = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$$

$$\theta_{\text{rad}} = \pi$$

$$S_m = \frac{\pi}{2} r^2, P_m = \theta r$$

$$\text{ce qui donne: } R_h = \frac{\frac{\pi}{2} r^2}{\pi r} = \frac{r}{2}$$

En utilisant Manning, on aura:

$$Q = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_m^{1/2}$$

soit :

$$Q = \frac{1}{n} \left(\frac{r}{2} \right)^{2/3} \left(\frac{\pi r^2}{2} \right)^{1/2}$$

AN:

$$Q = \frac{1}{0,024} \left(\frac{0,25}{2} \right)^{2/3} (0,005)^{1/2} \frac{\pi (0,25)^2}{2}$$

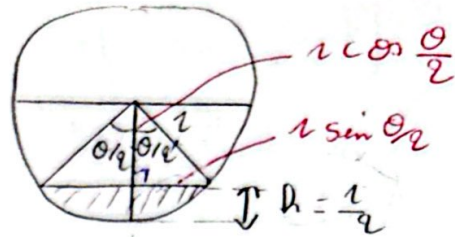
$$\text{Enfin: } Q = 0,072 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$2 - H = 125 \text{ mm}$$

$$H = r/2$$

$$Q = u \times S_m$$

$$Q = C \sqrt{RAI} \times S_m$$



$$R_R = \frac{1/2 r^2 (\theta - \sin \theta)}{\theta r}$$

$$R_R = \frac{1}{2} \frac{r (\theta - \sin \theta)}{\theta}$$

$$Q = \frac{1}{n} \left[\frac{r (\theta - \sin \theta)}{2 \theta} \right]^{2/3} \dot{\gamma}^{1/2} \left[\frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta) \right]$$

- Calcul de θ

$$\text{on a: } \cos \frac{\theta}{2} = \frac{r/2}{r} = 1/2$$

$$\text{ce qui donne } \theta = 120^\circ = \frac{120 \times \pi}{180} = 2,09 \text{ rad}$$

AN:

$$Q = \frac{1}{0,024} \left[\frac{0,025 (2,09 - \sin 120)}{2 \times 2,09} \right]^{2/3} 0,005^{1/2} \left[\frac{1}{2} 0,025^2 (2,09 - \sin 120) \right]$$

Enfin :

$$Q = 0,0197 \text{ m}^3/\text{s}$$

Exercice 5.

$$\text{Rayon hydraulique : } R_h = \frac{S}{P} = \frac{5}{4+2,836} = 0,734$$

Pour calculer la vitesse, il suffit d'utiliser la formule de Manning Strickler avec :

$$K = 65, \quad I = 0,01 \cdot 10^{-2}$$

$$I = \frac{W^2}{K^2 R_h^{4/3}} \quad \text{et} \quad W^2 = I K^2 R_h^{4/3}$$

$$W^2 = 65 \times (0,734)^{4/3} \sqrt{10^{-4}} = 0,53 \text{ m/s}$$

Finalement le débit :

$$Q = S \times W = 5 \times 0,53 = \underline{2,65 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Exercice 6.

Nous avons l'équation de Manning-Strickler :

$$Q = K_S \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2} \cdot S_m$$

$$\text{Donc} \quad R^{2/3} \cdot S_m = \frac{Q}{K_S I^{1/2}}$$

$$\text{Pour une conduite en pleine section } S_m = \frac{\pi D^2}{4}, \quad P_m = \pi D,$$

$$R_h = \frac{D}{4}$$

Pour $D = 2 \text{ m}$, on a $S_m = 3,14 \text{ m}^2$, $P_m = 6,28 \text{ m}$ et

$$R_h = 0,5 \text{ m}$$

Exercice 7:

a) La hauteur et la pente critiques du canal:

Afin d'avoir une pente critique dans un canal, lorsque $F_r = 1$. Donc B et Q sont invariables dans ce canal rectangulaire, on doit calculer h_c .

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}} = \sqrt[3]{\frac{100^2}{9,81 \times 10^2}} = 2,17 \text{ m}$$

$$R_{Rc} = \frac{S_c}{b + 2h_c} = \frac{b \times h_c}{b + 2h_c} = \frac{10 \times 2,17}{10 + 2 \times 2,17} = 1,51 \text{ m}$$

$$j_c = \frac{n^2 g S_c}{B R_{Rc}^{4/3}} = \frac{0,0133^2 \times 9,81 (10 \times 2,17)}{10 \times 1,51^{4/3}} = \underline{\underline{2,17 \cdot 10^{-3}}}$$

Nous pouvons dire ici que la pente critique et la hauteur critique sont indépendantes des pentes du canal.

b) Le régime d'écoulement:

Nous avons déjà calculé $h_c = 2,17 \text{ m} < h_{m1} = 5 \text{ m}$
donc l'écoulement est fluvial.

Nous pouvons vérifier le régime d'écoulement, on détermine le nombre de Froude

$$F_{r1} = \sqrt{\frac{B Q^2}{g S^3}} = \sqrt{\frac{10 \times 100^2}{9,81 \times (10 \times 5)^3}} = 0,28 < 1 \text{ (régime est Flu)}$$

Exercice 8:

- Le régime d'écoulement est déterminé par le nombre de

Froude :

$$Fr = \sqrt{\frac{B \cdot Q^2}{g \cdot S^3}}, \text{ on a } b = 12 \text{ m}, h = 1,22 \text{ donc}$$

$$S = 12 \times 1,22 = 14,64 \text{ m}^2$$

Dans un canal rectangulaire, l'aire au mètre $B = b$

$$\text{Donc } Fr = \sqrt{\frac{12 \times 14^2}{9,81 \times 14,64^3}} = 0,28 < 1 \text{ Donc le régime est fluvial}$$

- La pente critique dans un canal, lorsque $Fr = 1$,

Donc L et Q sont invariables dans ce canal rectangulaire, on doit calculer h_c :

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}} = \sqrt[3]{\frac{14^2}{9,81 \times 12^2}} = 0,52 \text{ m}$$

cela donne $S_{mc} = 6,21 \text{ m}^2$ et $P_{mc} = 13,04$ donc $R_{hc} = 0,48 \text{ m}$

on a l'équation de Manning - Strickler

$$Q = K_S \cdot R h_c^{2/3} \cdot I_c^{1/2}, S_{mc}, \text{ ce qui donne } I_c = 3,95\%$$

- Pente uniforme:

c'est la pente dans des conditions normales, donc on applique l'équation de Manning

$$Q = K_S R h^{2/3} \cdot I_c^{1/2} \cdot S_m$$

$$\text{Avec } K_S = \frac{1}{m} = 58,82 \text{ m}^{1/3}/\text{s}, S_m = 12 \times 1,22 = 14,64 \text{ m}^3$$

$$P_m = 12 + 2 \times 1,22 = 14,44 \text{ m}$$

$$RR = \frac{14,64}{14,44} = 1,01 \text{ m}$$

$$\text{Donc } \hat{I} = 9,6 \cdot 10^{-4}$$

Année 2024-2025
TD2 – Hydraulique à surface libre

Exercice1 :

Un canal rectangulaire transporte $6 \text{ m}^3/\text{s}$.

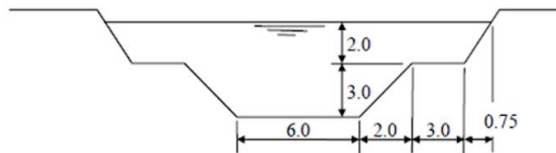
Déterminer la profondeur et la vitesse critique pour une largeur de **canal b** de **3 mètres (cas a)** ou **4 mètres (cas b)**.

Dans **le cas b**, qu'elle est la pente qui va provoquer un écoulement critique si on prend comme coefficient de rugosité de Manning $n = 0.02$.

Exercice 2 :

La figure montre la section en travers d'un canal pleine d'inondation. **Le coefficient de Manning est de $0.025 (S/m^{1/3})$ pour le canal principal et $0.035 (S/m^{1/3})$ pour la paine.** Sachant que la pente longitudinale du lit est de 0.1 m/Km :

1. Calculer le débit d'eau Q .
2. L'écoulement est fluvial ou torrentiel ?

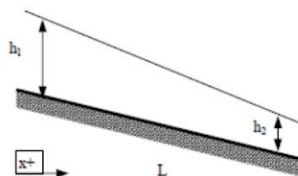


Exercice 3 :

Dans un canal de section rectangulaire, il n'est pas toujours évident de garantir un régime permanent et surtout uniforme. Dans ce cas, on effectue une mesure amont et aval du tirant d'eau à débit constant dans un canal à pente et rugosité constantes.

Sur la longueur L , on fait l'hypothèse que h varie de façon linéaire. Largeur du canal $B=3\text{m}$, hauteurs d'eau amont $h_1=1.8 \text{ m}$, et aval $h_2=1.57 \text{ m}$, longueur entre les deux points de mesure $L=400 \text{ m}$, pente du canal $I=0.1 \text{ ‰}$, débit $Q=10 \text{ m}^3/\text{s}$.

Donner l'expression du coefficient de Strickler K_s . On se placera au milieu du tronçon.

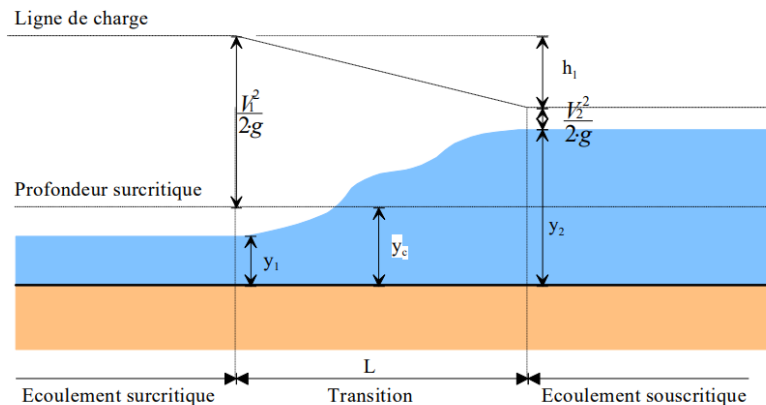


Série 3 : (Ressaut hydraulique)

Exercice 1 :

➤ Présentation d'équations :

Pour un canal rectangulaire, établissez l'expression de la relation entre la profondeur avant (y_1) et après le ressaut (y_2) ainsi que la profondeur critique y_c .



➤ Application numérique :

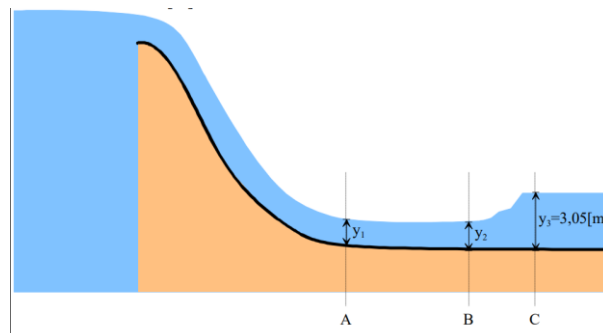
Un canal rectangulaire, de **6,1 [m]** de large, transporte **11,3 [m³/s]** d'eau et les déverse sur un tablier de **6,1 [m]** de large à une vitesse de **6,1 [m/s]**.

- Quelle est la hauteur du ressaut ?
- Quelle est l'énergie perdue par le ressaut ?

Exercice 2:

➤ Longueur de tablier

Après être passé par le déversoir de béton d'un barrage, **254,7 [m³/s]** se déversent sur un tablier en béton ($n = 0,013$). La vitesse de l'eau à la base du déversoir est de **12,8 [m/s]** et la largeur du tablier est de **54,86 [m]**. Les conditions d'écoulement vont produire un ressaut, la profondeur du canal en aval du tablier étant de **3,05 [m]**.



Pour que le ressaut s'effectue :

- a) Quelle doit être la longueur du tablier ?
- b) Quelle est l'énergie perdue du pied du réservoir au côté aval du ressaut ?

Exercice 3 :

Un canal rectangulaire de **4,88 m** de large a un débit de **$43 \text{ m}^3/\text{s}$** . La profondeur de l'eau en aval du ressaut est de **1,28 m**.

- a) Quelle est la profondeur en amont ?
- b) Quelle est la perte de charge ?

Exercice 4 :

De l'eau s'écoule d'un déversoir en ciment dans un canal rectangulaire de **9,0 m** de largeur à travers un ressaut. Les profondeurs, avant et après le ressaut, sont respectivement de **1,55m** et de **3,08 m**.

Trouver le débit du canal ?

Exercice 5 :

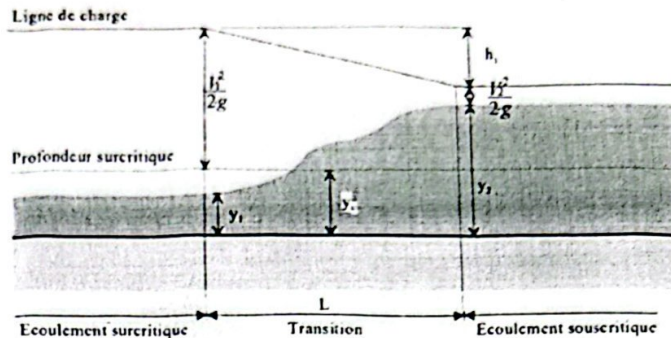
Déterminer la hauteur a du ressaut dans un canal rectangulaire à **$b = 3 \text{ m}$** , **$Q = 5,25 \text{ m}^3/\text{s}$** et **$h' = 0,55 \text{ m}$** .

Série 3 : (Ressaut hydraulique)

Exercice 1 :

➤ Présentation d'équations :

Pour un canal rectangulaire, établissez l'expression de la relation entre la profondeur avant (y_1) et après le ressaut (y_2) ainsi que la profondeur critique y_c .



➤ Application numérique :

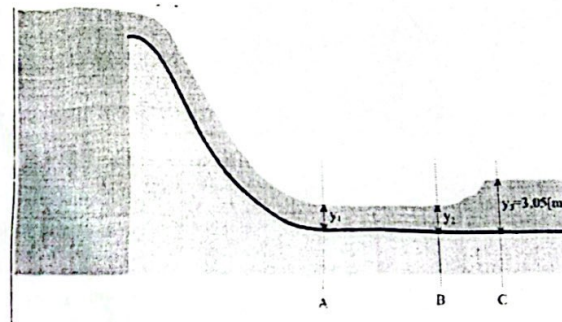
Un canal rectangulaire, de $6,1 [m]$ de large, transporte $11,3 [m^3/s]$ d'eau et les déverse sur un tablier de $6,1 [m]$ de large à une vitesse de $6,1 [m/s]$.

- Quelle est la hauteur du ressaut ?
- Quelle est l'énergie perdue par le ressaut ?

Exercice 2:

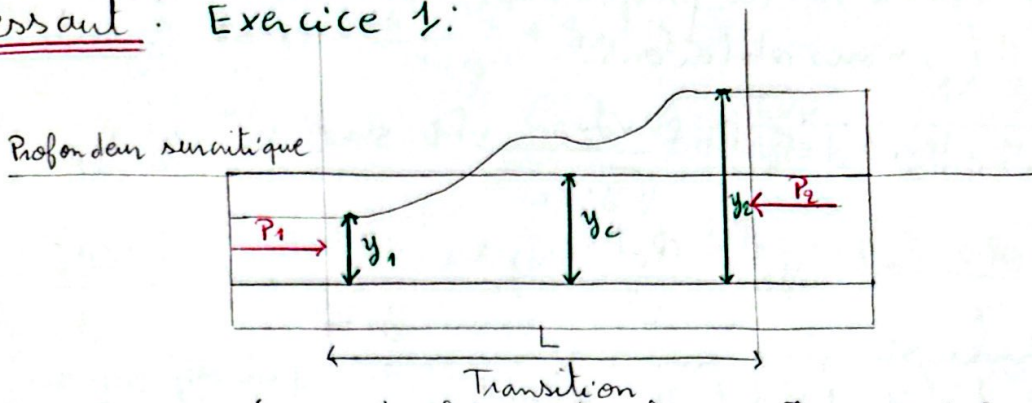
➤ Longueur de tablier

Après être passé par le déversoir de béton d'un barrage, $254,7 [m^3/s]$ se déversent sur un tablier en béton ($n = 0,013$). La vitesse de l'eau à la base du déversoir est de $12,8 [m/s]$ et la largeur du tablier est de $54,86 [m]$. Les conditions d'écoulement vont produire un ressaut, la profondeur du canal en aval du tablier étant de $3,05 [m]$.



Pour que le ressaut s'effectue :

- Quelle doit être la longueur du tablier ?
- Quelle est l'énergie perdue du pied du réservoir au côté aval du ressaut ?

Ressant : Exercice 1:

Étudions le système en équilibre entre la section 1 et la section 2 sur 1[m] de largeur et pour un débit Q_v .

un bilan des forces nous donne :

Force due à la pression en (1)

$$F_1 = P \cdot g \cdot \frac{y_1}{2} \cdot y_1 \cdot 1$$

Force due à la pression en (2):

$$F_2 = P \cdot g \cdot \frac{y_2}{2} \cdot y_2 \cdot 1$$

$$P = \frac{m}{V}$$

D'après le principe de la conservation du mouvement, nous avons :

$$m = P \cdot V$$

$$\frac{d(m \cdot v)}{dt} = \sum F_{ext} \text{ soit } \frac{m \cdot (v_2 - v_1)}{dt} = \frac{P \cdot g}{2} (y_1^2 - y_2^2)$$

Le débit étant le même de la section (1) et la section (2) nous obtenons :

$$v_1 \cdot y_1 \cdot 1 = v_2 \cdot y_2 \cdot 1 = Q_v$$

$$\frac{v}{dt} = Q_v$$

En utilisant l'équation obtenue avec le principe de la conservation du mouvement,

$$v =$$

$$\frac{P \cdot V \cdot (v_2 - v_1)}{dt} = \frac{P \cdot g}{2} (y_1^2 - y_2^2) \text{ soit } P \cdot Q_v \cdot (v_2 - v_1) = \frac{P \cdot g}{2} (y_1^2 - y_2^2)$$

$$Q_v \cdot \left(\frac{Q_v}{y_2} - \frac{Q_v}{y_1} \right) = \frac{g}{2} (y_1^2 - y_2^2) \text{ soit } Q_v^2 \left(\frac{y_1 - y_2}{y_1 \cdot y_2} \right) = \frac{g}{2} (y_1^2 - y_2^2)$$

$$Q_v^2 = \frac{g}{2} (y_1 + y_2) \cdot y_1 \cdot y_2$$

$$Q_v^2 = \frac{g}{2} (y_1 + y_2) \cdot y_1 \cdot y_2$$

De plus, à l'aide de la profondeur critique (nombre de Froude égale à 1), nous obtenons:

$$Q_v = v_c \cdot y_c \cdot 1 \text{ et } F_1 = \frac{v_c}{\sqrt{g \cdot y_c}} = 1 \text{ soit } v_c^2 = g \cdot y_c$$

$$y_c = \frac{Q_v}{v_c} \text{ soit } y_c^2 = \frac{Q_v^2}{v_c^2}, y_c^2 = \frac{Q_v^2}{g \cdot y_c}, y_c^3 = \frac{Q_v^2}{g}$$

$$y_c^3 = \frac{1}{2} (y_1 + y_2) \cdot y_1 \cdot y_2$$

Ressaut - application numérique :

a) Quelle est la hauteur du ressaut :

calculons y_1 :

$$v_1 \cdot y_1 \cdot b = Q_v \text{ soit } y_1 = \frac{Q_v}{v_1 \cdot b} = \frac{11,3}{6,1 \cdot 6,1} = 0,303 [\text{m}]$$

Vérifions que nous sommes en régime torrentiel:

$$F_1 = \frac{v}{\sqrt{g \cdot y_1}} = \frac{6,1}{\sqrt{9,81 \cdot 0,303}} = 3,53 > 1$$

calculons la valeur de y_2 .

Dans la formule démontrée dans l'exercice précédent le débit est calculé pour 1[m] de largeur de canal. Le débit correspondant devient :

$$Q_v = \frac{11,3}{6,1} = 1,85 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}} \right]$$

$$Q_v^2 = \frac{g}{2} (y_1 + y_2) \cdot y_1 \cdot y_2 \text{ soit } 1,85^2 = \frac{9,81}{2} (0,303 + 0,303 \cdot y_2)$$

$$y_2 = 1,37 [\text{m}]$$

La hauteur du ressaut est donc de $1,37 - 0,303 = 1,067$

b) Quelle est l'énergie perdue par le ressaut? (2) |
En appliquant Bernoulli entre (1) et (2), nous obtenons:

$$\Delta H_{12} = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2 \cdot g} + z_1 - z_2$$

$$\text{avec } V_2 \cdot y_2 \cdot b = Q_V \text{ soit } V_2 = \frac{Q_V}{y_2 \cdot b} = \frac{11,3}{1,37 \cdot 6,1} = 1,353 \text{ [m/s]}$$

$$\Delta H_{12} = \frac{6,1^2 - 1,353^2}{2 \cdot g} + 0,303 - 1,37 = 0,73 \text{ [m]}$$

L'énergie perdue correspond à une perte de chute de

1,7 [m Ce], ce qui correspond à une puissance de:

$$P_u = \rho \cdot g \cdot \Delta H_{12} \cdot Q_V = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,73 \cdot 11,3 \\ = 80,9 \text{ [KW]}$$

Un ressaut correspond à un dissipateur d'énergie

Exercice 2:
Ressaut - longueur de tablier:

Pour que le ressaut s'effectue:

a) Quelle doit être la longueur du tablier?

Nous avons la relation:

$$Q_V^2 = \frac{g}{2} \cdot (y_2 + y_3) \cdot y_2 \cdot y_3$$

$$\text{Soit } \left(\frac{254,7}{54,86} \right)^2 = \frac{9,81}{2} \cdot (y_2 + 3,05) \cdot y_2 \cdot 3,05$$

$$y_2 = 0,418 \text{ [m]}$$

$$\text{comme } Q_V = y_1 \cdot V_1 \text{ soit } y_1 = \frac{Q_V}{V_1} = \frac{\frac{254,7}{54,86}}{12,8} = 0,362$$

calculons maintenant la longueur AB sur la
s'effectue l'écoulement retardé.

En appliquant Bernoulli entre (1) et (2) à la surface de l'écoulement, nous obtenons l'équation suivante :

$$\frac{P_1}{\rho g} + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} - f \cdot L = \frac{P_2}{\rho g} + y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$L = \frac{y_1 + \frac{V_1^2}{2g} - y_2 - \frac{V_2^2}{2g}}{f} = \frac{y_1 + \frac{V_1^2}{2g} - y_2 - \frac{V_2^2}{2 \cdot 0}}{\left(\frac{n \cdot Q_v}{S \cdot R_h^{2/3}} \right)^2} \text{ avec}$$

$$y_1 = 0,362 [\text{m}] \text{ et } y_2 = 0,418 [\text{m}] \quad y_1 V_1 = Q_v = y_2 V_2$$

$$n = 0,013$$

$$R_h = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{0,418 + 0,362}{2} = 0,39 [\text{m}]$$

$$V_{\text{moy}} \approx \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{12,8 + \frac{254,7}{54,86 \cdot 0,418}}{2} = 11,95 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$\text{Nous obtenons } L = 24,39 [\text{m}]$$

comme la longueur du ressaut est comprise entre 4,3 et 5,2 y_3 , nous obtenons :

$$L_{\text{totale}} = 24,39 + 5 \cdot 3,05 = 40 [\text{m}] \quad \begin{matrix} Q_v = y_3 V_3 \\ V_3 = \frac{Q_v}{y_3} \end{matrix}$$

b) Quelle est l'énergie perdue du pied du réservoir au côté aval du ressaut ?

L'énergie dissipée se mesure dans un premier temps en appliquant Bernoulli entre (2) et (3) :

$$\Delta H_{13} = \frac{V_1^2 - V_3^2}{2g} + z_2 - z_3 = \frac{12,8^2 - 1,52^2}{2 \cdot 9,81} + 0,36$$

$$\Delta H_{13} = 5,54 [\text{m Ce}]$$

ce qui nous fait une puissance dissipée de :

(3)

$$P = P \cdot g \cdot Q_v \cdot \Delta H_{13} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 254,7 \cdot 5,56$$

$$P = 13842 \text{ [KW]}$$

X Exercice 3: Exercice 1 ⚠

a) Calcul de la hauteur du ressaut :

La vitesse moyenne d'écoulement au niveau de la première section

$$V_1 = 6,1 \text{ m/s.}$$

Le débit spécifique $q = 11,3/6,1 = 1,85 \text{ m}^3/\text{s/m}$ de large
et $h'_1 = q/V_1 = 1,85/6,1 = 0,303 \text{ m}$. Alors :

$$h''_1 = -\frac{h'_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{h'_1}{2}\right)^2 + \frac{2\alpha'_1 q^2}{g h'_1}}$$

$$h''_1 = -\frac{0,303}{2} + \sqrt{\left(\frac{0,303}{2}\right)^2 + \frac{2 \times 1,85^2}{9,81 \times 0,303}}$$

$$h''_1 = -1,676 \text{ m}$$

la valeur négative étant superflue,

$$h''_2 = -\frac{h'_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{h'_2}{2}\right)^2 + \frac{2\alpha'_2 q^2}{g h'_2}} = -\frac{0,303}{2} + \sqrt{\left(\frac{0,303}{2}\right)^2 + \frac{2 \times 1,85^2}{9,81 \times 0,303}}$$

$$h''_2 = 1,37 \text{ m}$$

la deuxième profondeur du ressaut est $h''_2 = 1,37 \text{ m}$

Et la hauteur du ressaut est $a = h''_2 - h'_1 = 1,37 - 0,303 = 1,07 \text{ m}$

$$\text{Notons que : } h_{cr}^3 = \frac{q^2}{g} \Rightarrow h_{cr} = \sqrt[3]{q^2/g} = \sqrt[3]{(1,85)^2/9,81}$$

$$h_{cr} = 0,70 \text{ m}$$

calcul du nombre de Froude au niveau des deux profondeurs du ressaut, au niveau de la première profondeur :

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gh'}} = \frac{6,1}{\sqrt{9,81 \times 0,303}} = 3,54$$

Au niveau de la deuxième profondeur :

calcul de la vitesse V_2 : $V_2 = \frac{Q}{bh''} = \frac{11,3}{6,1 \times 1,37} = 1,35 \text{ m/s}$

$$Fr_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gh''}} = \frac{1,35}{\sqrt{9,81 \times 1,37}} = 0,37$$

Ainsi l'écoulement à la première profondeur 0,303 est torrentiel, $Fr > 1$, alors que à la deuxième profondeur est fluviat $Fr < 1$

b) calcul de l'énergie absorbée (perdue / par le ressant :

Avant le ressant : $E_1 = h' + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = 0,303 + \frac{6,1^2}{19,62}$

$$E_1 = 2,20 \text{ N.m/N}$$

Après le ressant : $E_2 = h'' + \frac{\alpha V_2^2}{2g} = 1,37 + \frac{1,35^2}{19,62}$

$$E_2 = 1,46 \text{ N.m/N}$$

L'énergie perdue par seconde : $\Delta E = \rho g Q (E_1 - E_2)$

$$\Delta E = 1000 \times 9,81 \times 11,3 \times (2,20 - 1,46)$$

$$\Delta E = 82031,22 \text{ W}$$

$$\Delta E = 82,03 \text{ kW}$$

(1)
(5)
La valeur négative étant superflue

$$h'_2 = -\frac{h'}{2} + \sqrt{\left(\frac{h'}{2}\right)^2 + \frac{2\alpha' q^2}{g h'}} = -\frac{0,55}{2} + \sqrt{\left(\frac{0,55}{2}\right)^2 + \frac{2 \times 1,75^2}{9,81 \times 0,55}}$$

$$h'_2 = 0,825 \text{ m}$$

La deuxième profondeur du ressant est $h'' = 0,825 \text{ m}$
Et la hauteur du ressant est $a = h'_2 - h'_1 = 0,825 - 0,55$
 $= 0,275 \text{ m}$

ou bien par la méthode suivante:

$$\frac{q^2}{g} = \frac{1}{2} h' h'' (h' + h'') \Rightarrow$$

$$(5,25/3)^2 / 9,81 = \frac{1}{2} 0,55 h'' (h'' + 0,55)$$

$$\Rightarrow 1,13520 = h'' (h'' + 0,55)$$

$$h''^2 + 0,55 h'' - 1,13520 = 0$$

$$h'_1 = \frac{-0,55 - 2,26}{2} = -1,375 \text{ m}$$

$$h'_2 = \frac{-0,55 + 2,26}{2} = 0,825 \text{ m}$$

$$a = h'_2 - h'_1 = 0,825 - 0,55 = 0,275$$